TECHNISCHE UNIVERSITÄT DRESDEN

Fakultät Informatik, Institut für Künstliche Intelligenz, Professur Computational Logic

Dr. habil. Hannes Straß

Dr. Dörthe Arndt

Übungen zur Lehrveranstaltung

Formale Systeme

Wintersemester 2021/22

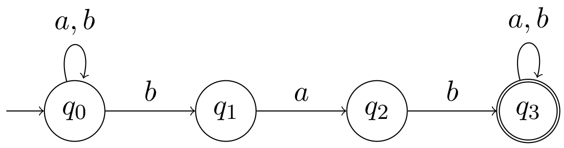
9. Übungsblatt

Woche vom 13. bis 17. Dezember 2021

Aufgabe zur Selbstkontrolle (diese werden in den Übungen nicht besprochen)

S17) Gegeben ist der folgende NFA $\mathcal{M}_1 = (\{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{a, b\}, \delta, \{q_0\}, \{q_3\})$ mit

δ:



a) Berechnen Sie mithilfe des *Arden*-Lemmas einen regulären Ausdruck α mit $L(\mathcal{M}_1) = L(\alpha)$.

b) Geben Sie einen DFA $\overline{\mathcal{M}_2}$ an, der das Komplement von L akzeptiert, indem Sie aus $\mathcal{M}_1$ einen DFA $\mathcal{M}_2$ für L und aus $\mathcal{M}_2$ anschließend den Komplementautomaten $\overline{\mathcal{M}_2}$ bilden.

S18) a) Gegeben sind die folgenden Grammatiken G_i mit $1 \leq i \leq 4$:

- $G_1 = (\{S\}, \{a, b\}, \{S \to aS, S \to Sb, S \to a\}, S)$
- $G_2 = (\{S\}, \{a, b\}, \{S \to aS, S \to SbS, S \to a\}, S)$
- $G_3 = (\{S, B\}, \{a, b\}, \{S \to \varepsilon, S \to aSb, aS \to aB, B \to bB, B \to b\}, S)$
- $G_4 = (\{S, A\}, \{a, b\}, \{S \to a, A \to b\}, S)$

Geben Sie für jede Grammatik G_i den maximalen Chomsky-Typ j an. Begründen Sie Ihre Antwort.

b) Gegeben sind die folgenden Sprachen L_i mit $1 \leq i \leq 4$:

- $L_1 = \{a^n b^n a^n \mid n \in \mathbb{N}, n \geq 1\}$
- $L_2 = \{\varepsilon, a\}$
- $L_3 = \{a^n b^m \mid n, m \in \mathbb{N} \setminus \{0\}, n > m\}$

- $L_4 = L(\{a\} \circ \{a\}^* \circ \{b\} \circ \{b\}^*) \setminus L_3$

Geben Sie für jede Sprache L_i den maximalen Chomsky-Typ j an. Begründen Sie Ihre Antwort. Die Darlegung der Beweisidee ist ausreichend.

Aufgabe 1

Geben Sie für die nachfolgenden Sprachen L_i jeweils eine Grammatik G_i mit $L_i = L(G_i)$ an:

a) $L_1 = \{1^{2 \cdot n+1} \mid n \in \mathbb{N}\}$;

b) $L_2 = \{a^n b^m \mid n \in \mathbb{N}, n \leq m\}\}$;

c) $L_2 = \{a^n b^{2 \cdot n} c^{3 \cdot n} \mid n \in \mathbb{N}\}$.

Aufgabe 2

Sei $\Sigma := \{a, b, c\}$. Entwerfen Sie einen (nichtdeterministischen) PDA $\mathcal{M}_\varepsilon$, dessen akzeptierte Sprache $L_\varepsilon(\mathcal{M}_\varepsilon)$ mit der Sprache

$$L = \left\{w \in \Sigma^* : w = w^R\right\}$$

übereinstimmt, und begründen Sie die Korrektheit. Hierbei bezeichnet w^R das Wort w in umgekehrter Zeichenfolge. Geben Sie jeweils einen akzeptierenden Lauf von $\mathcal{M}_\varepsilon$ für die Wörter *ababa* und *abba* an.

Aufgabe 3

Zeigen Sie, dass die Sprache $L = \left\{w\$w^R : w \in \{a,b\}^*\right\}$ über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b, \$\}$ deterministisch kontextfrei ist. Hierbei bezeichnet w^R erneut das Wort w in umgekehrter Zeichenfolge.

Aufgabe 4

Gegeben sei die Turingmaschine $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_f\}, \{\mathtt{0}\}, \{\mathtt{0}, \hat{\mathtt{0}}, X, Y, \llcorner\!\lrcorner\}, \delta, q_0, \{q_f\})$ mit folgender Übergangstabelle für δ:

$(q_0,$	$\sqcup,$	$\mathtt{0},$	$q_f,$	$N)$
$(q_0,$	$\mathtt{0},$	$\hat{\mathtt{0}},$	$q_1,$	$R)$
$(q_1,$	$\mathtt{0},$	$\mathtt{0},$	$q_1,$	$R)$
$(q_1,$	$Y,$	$Y,$	$q_1,$	$R)$
$(q_1,$	$\sqcup,$	$Y,$	$q_2,$	$L)$
$(q_2,$	$\mathtt{0},$	$\mathtt{0},$	$q_2,$	$L)$
$(q_2,$	$Y,$	$Y,$	$q_2,$	$L)$
$(q_2,$	$\hat{\mathtt{0}},$	$\hat{\mathtt{0}},$	$q_3,$	$R)$
$(q_2,$	$X,$	$X,$	$q_3,$	$R)$
$(q_3,$	$\mathtt{0},$	$X,$	$q_1,$	$R)$
$(q_3,$	$Y,$	$Y,$	$q_4,$	$R)$
$(q_4,$	$Y,$	$Y,$	$q_4,$	$R)$
$(q_4,$	$\sqcup,$	$\mathtt{0},$	$q_5,$	$L)$
$(q_5,$	$Y,$	$\mathtt{0},$	$q_5,$	$L)$
$(q_5,$	$X,$	$\mathtt{0},$	$q_5,$	$L)$
$(q_5,$	$\hat{\mathtt{0}},$	$\mathtt{0},$	$q_f,$	$N)$

a) Notieren Sie die Folge der Übergänge, die von $\mathcal{M}$ bei Eingabe von $\mathtt{00}$ vollzogen werden.

b) Eine Eingabe bzw. Ausgabe $n \in \mathbb{N}$ für die TM $\mathcal{M}$ wird als $\mathtt{0}^n$ mit $\mathtt{0} \in \Sigma$ dargestellt. Welche Funktion $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ berechnet die Turingmaschine $\mathcal{M}$?