TECHNISCHE UNIVERSITÄT DRESDEN

Fakultät Informatik, Institut für Theoretische Informatik, Professur Wissensbasierte Systeme

Prof. Dr. Markus Krötzsch

Dr. Stephan Mennicke

Übungen zur Lehrveranstaltung

Theoretische Informatik und Logik

Sommersemester 2024

1. Übungsblatt

15.–21. April 2024

Die folgenden Aufgaben werden nicht in den Übungen besprochen und dienen der Selbstkontrolle.

Aufgabe A

Wiederholen Sie die Begriffe *Einband Turing-Maschine*, *Mehrband Turing-Maschine*, *Entscheidungsproblem*, *Unentscheidbarkeit*, *Aufzählbarkeit*, *Abzählbarkeit* und *Halteproblem.*

Aufgabe B

Zeigen Sie: Wenn es möglich ist, für zwei beliebige Turing-Maschinen zu entscheiden, ob sie dieselbe Sprache akzeptieren, so ist es auch möglich, für beliebige Turing-Maschinen zu entscheiden, ob sie die leere Sprache akzeptieren.

Aufgabe 1

Zeigen Sie folgende Aussagen:

a) $|\mathbb{N}| = |\mathbb{N} \times \mathbb{N}|$;

b) $|\mathbb{N}| = |\mathbb{Q}|$;

c) $|\mathbb{N}| \neq |\mathbb{R}|$;

d) für jede nicht-leere endliche Menge Σ ist Σ^* abzählbar unendlich.

Aufgabe 2

Geben Sie für folgende Sprachen Aufzähler an:

a) $L_1 = \{3n \mid n \in \mathbb{N}\}$, wobei die Ausgabe unär kodiert sein soll,

b) $L_2 = \{a^n b^n \mid n \in \mathbb{N}\}$.

Aufgabe 3

a) Konstruieren Sie eine Turing-Maschine $\mathcal{A}_{\mathrm{mul}}$, welche die Multiplikation zweier natürlicher Zahlen implementiert. Dabei sollen sowohl die Eingaben als auch die Ausgabe unär kodiert sein.

b) Implementieren Sie $\mathcal{A}_{\mathrm{mul}}$ mithilfe einer Programmiersprache Ihrer Wahl. Ihr Programm sollte als Eingabe zwei beliebige natürliche Zahlen in Dezimaldarstellung erhalten, diese unär kodieren, die Schritte analog zu Aufgabenteil a) ausführen, anhalten, und die unäre Ausgabe wieder in Dezimaldarstellung umwandeln. Testen Sie Ihr Programm für hinreichend viele Eingaben inkl. möglicher Randfälle.

Aufgabe 4

Auf Folie 27 der 2. Vorlesung vom 11.4.2024 wird innerhalb des Widerspruchsbeweises zur Berechenbarkeit der Busy-Beaver-Funktion eine Turingmaschine $\mathcal{M}_{*2}$ mit Alphabet $\{x, \text{\textvisiblespace}\}$ verwendet, welche die Funktion $x^n \mapsto x^{2n}$ berechnet.

a) Geben Sie eine Mehrband-Turingmaschine über dem Alphabet $\{x, \text{\textvisiblespace}\}$ an, die die Funktion $x^n \mapsto x^{2n}$ berechnet.

b) Geben Sie eine Einband-Turingmaschine über dem Alphabet $\{x, \text{\textvisiblespace}\}$ an, die die Funktion $x^n \mapsto x^{2n}$ berechnet.