



Übungen zur Lehrveranstaltung

Formale Systeme

Wintersemester 2021/22

12. Übungsblatt

Woche vom 17. bis 21. Januar 2022

Aufgabe zur Selbstkontrolle (diese werden in den Übungen nicht besprochen)

S20) Prüfen Sie mittels Wahrheitstabellen, welche der folgenden Formeln allgemeingültig, erfüllbar oder unerfüllbar sind.

- a) $(a \leftrightarrow ((a \wedge \neg a) \vee a))$
- b) $((a \rightarrow b) \rightarrow (\neg a \rightarrow \neg b))$
- c) $((a \rightarrow b) \vee (c \rightarrow a)) \wedge (b \leftrightarrow a)$
- d) $((\neg a \rightarrow b) \wedge (b \rightarrow c)) \wedge \neg c$

Aufgabe 1

Zeigen Sie die Gültigkeit der folgenden Äquivalenzen:

- a) Distributivitätsregel:

$$(\varphi \vee (\psi \wedge \pi)) \equiv ((\varphi \vee \psi) \wedge (\varphi \vee \pi))$$

- b) Absorptionsregel:

$$(\varphi \wedge (\varphi \vee \psi)) \equiv \varphi$$

Aufgabe 2

Prüfen Sie, ob die folgenden Äquivalenzen gelten.

- a) $\left(\left((a \rightarrow \neg b) \wedge (\neg a \rightarrow (b \wedge c)) \right) \wedge ((\neg b \vee c) \rightarrow d) \right) \equiv \left((\neg(a \leftrightarrow b) \wedge (a \vee c)) \wedge \neg((b \vee d) \rightarrow (c \wedge \neg d)) \right)$
- b) $\left(((a \rightarrow b) \rightarrow a) \rightarrow a \right) \equiv \left(((a \rightarrow b) \wedge (b \rightarrow c)) \rightarrow \neg(\neg c \wedge a) \right)$

$$c) \left(((b \wedge l) \rightarrow m) \wedge ((a \wedge b) \rightarrow l) \wedge a \wedge b \right) \equiv ((\neg b \wedge l \wedge \neg a \wedge b) \vee (\neg l \wedge l \wedge \neg a \wedge b) \vee (m \wedge l \wedge a \wedge b))$$

Aufgabe 3

Transformieren Sie die Formel

$$\varphi = \left((\neg(a \leftrightarrow b) \vee \neg(c \wedge a)) \vee \neg(c \rightarrow b) \right)$$

- a) in Negationsnormalform;
- b) in konjunktive Normalform;
- c) in disjunktive Normalform.

Aufgabe 4

Prüfen Sie folgende Formeln mittels Resolutionsverfahren auf Erfüllbarkeit:

- a) $b \wedge (a \vee b) \wedge (\neg b \vee c) \wedge (\neg b \vee \neg c) \wedge (\neg a \vee c)$
- b) $\neg \left(c \rightarrow ((\neg a \wedge b \wedge c) \vee (a \wedge \neg b)) \right)$