TECHNISCHE UNIVERSITÄT DRESDEN

Fakultät Informatik, Institut für Künstliche Intelligenz, Professur Computational Logic

Dr. habil. Hannes Straß | Dr. Dörthe Arndt

Übungen zur Lehrveranstaltung

# Formale Systeme

Wintersemester 2021/22

## 7. Übungsblatt

Woche vom 29. November bis 3. Dezember 2021

**Aufgabe zur Selbstkontrolle (diese werden in den Übungen nicht besprochen)**

S13) Gegeben sind die Grammatiken $G_1$ und $G_2$.

- $G_1 = (V, \Sigma, P, S)$ mit $V = \{S, T\}, \Sigma = \{a, b\}$ und $P = \{S \to aT,\ S \to \varepsilon, T \to Sb\}$
- $G_2 = (V, \Sigma, P, S)$ mit $V = \{S, A, B\}, \Sigma = \{a, b\}$ und $P = \{S \to A,\ S \to \varepsilon,\ A \to ab,\ A \to aBb,\ aB \to aaBb,\ aB \to a\}$

Geben Sie für jede Grammatik $G \in \{G_1, G_2\}$ jeweils

a) das maximale $i$ an, so dass $G$ eine Typ-$i$ Grammatik ist und

b) das maximale $j$ an, so dass $L(G)$ eine Typ-$j$ Sprache ist.

Begründen Sie Ihre Antwort.

S14) Um mithilfe des Pumping-Lemmas zu zeigen, dass eine Sprache $L$ nicht regulär ist, zeigt man, dass für sie die Aussage des Pumping-Lemmas nicht gilt.
Zeigen Sie, dass die Sprache $L = \{a^iba^ib \mid i \geq 1\}$ nicht regulär ist.

### Aufgabe 1

Welche der folgenden Sprachen $L_i$ ist kontextfrei? Zur Begründung Ihrer Antwort sollten Sie das Pumping-Lemma für kontextfreie Sprachen verwenden oder eine entsprechende kontextfreie Grammatik angeben.

a) $L_1 = \{a^nb^nc^nd^n \in \{a, b, c, d\}^* \mid n \geq 1\}$

b) $L_2 = \{a^mb^nc^pd^q \in \{a, b, c, d\}^* \mid m, n, p, q \geq 1 \text{ und } m + n = p + q\}$

## Aufgabe 2

Beweisen Sie mithilfe der Abschlußeigenschaften für kontextfreie Sprachen, dass die nachfolgende Sprache

$$L_0 = \{a^i b^j c^k \mid i = j \text{ oder } j = k \text{ mit } i, j, k \geq 1\}$$

kontextfrei ist und geben dann eine kontextfreie Grammatik $G_0$ für $L_0$ an mit $L_0 = L(G_0)$. Geben Sie Ableitungen für die Wörter $abc$ und $abbcc$ an.

## Aufgabe 3

Geben Sie für die nachfolgenden Sprachen $L_i$ jeweils eine (kontextfreie) Grammatik $G_i$ in CNF mit $L_i \setminus \{\varepsilon\} = L(G_i)$ an:

a) Es sei $L_1$ genau die Menge der Palindrome über $\Sigma = \{a, b\}$.

   (Palindrome sind Wörter, die vorwärts und rückwärts gelesen gleich sind,

   z.B. $aba$, $abba$, $a$, $\varepsilon$, $bb$)

b) Es sei $L_2$ die Sprache aller $w \in \{a, b\}^*$ mit gleicher Anzahl an $a$'s und $b$'s.

c) Es sei $L_3 = \{(ab)^n (ba)^n \mid n \geq 0\}$ über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$.

## Aufgabe 4

Gegeben seien $L_1, L_2, L_3$ wie in Aufgabe 3. Wenden Sie den CYK-Algorithmus für folgende Instanzen an um zu prüfen ob das jeweilige Wort zur entsprechenden Sprache gehört:

(a) $L_1$ mit $w = abba$ sowie $w = aba$

(b) $L_2$ mit $w = aababb$

(c) $L_3$ mit $w = ababbaba$