Aufgabe 1 | Punkte: 1

Selbständigkeitserklärung: Mir ist bekannt, dass ich verpflichtet bin, die Leistung selbstständig, ohne fremde Hilfe und nur mit den zugelassenen Hilfsmitteln innerhalb der vorgegebenen Bearbeitungszeit zu erbringen. Ich habe Kenntnis darüber, dass bei einem Täuschungsversuch die Leistung als mit „nicht ausreichend“ (5,0) bzw. „nicht bestanden“ bewertet gilt.

- ○ Ich habe die Erklärung gelesen und bestätige diese hiermit.

Sie dürfen maximal 1 Option(en) wählen.

Aufgabe 2 | Punkte: 2

Ordnen Sie den verschiedenen Automatentypen die zugehörige, durch den Automaten akzeptierte Sprache zu.

Typ-4-Sprachen	Bitte ordnen Sie zu.	deterministische Turingmaschine
Typ-1-Sprachen		deterministischer Kellerautomat
deterministische Typ-2-Sprachen		deterministischer endlicher Automat
Typ-0-Sprachen		nichtdeterministischer Kellerautomat
reguläre Sprachen		
kontextfreie Sprachen		

Aufgabe 3 | Punkte: 1

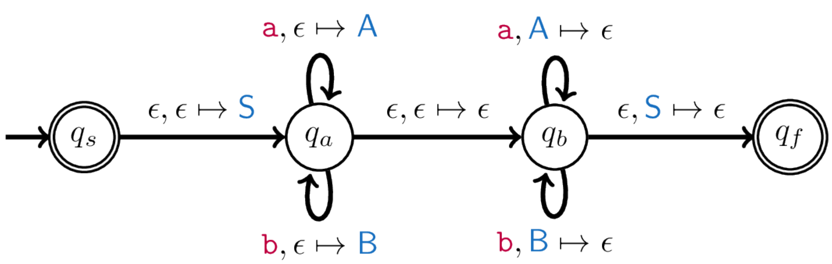
Benennen Sie formal die Unterschiede zwischen deterministischen und nicht-deterministischen Kellerautomaten.

Aufgabe 4 | Punkte: 1

Welche Akzeptanzbegriffe sind für Kellerautomaten laut Vorlesung möglich?

Aufgabe 5 | Punkte: 3

Gegeben sei der nachfolgende Kellerautomat.



Geben Sie eine äquivalente Typ-2-Grammatik an. Orientieren Sie sich dabei am Beweis aus der Vorlesung, aber sparen Sie unnötige Regeln aus.

Aufgabe 6 | Punkte: 2

Gegeben ist die Sprache $L = \{a^m b^d c^y \mid m \leq 2 \text{ und } d \leq 16 \text{ und } y \leq 2021 \text{ mit } m, d, y \in \mathbb{N}\}$.

Geben Sie eine Pumpingzahl $n \in \mathbb{N}$ an, für die die Sprache L die Bedingungen des Pumping-Lemmas erfüllt. Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 7 | Punkte: 4

Zeigen Sie mithilfe des Pumping-Lemmas für reguläre Sprachen, dass die Sprache $L = \{0^k \mid k = n^3,\ n \in \mathbb{N}\}$ nicht regulär ist.

Aufgabe 8 | Punkte: 2

Gegeben sei die Grammatik

$G = (V, \Sigma, P, S)$ mit $V = \{S, A, B\}$, $\Sigma = \{a, b\}$ und

$P = \{S \to ASB,\ S \to AB,\ AB \to BA,\ A \to a,\ B \to b\}$

Von welchem maximalen Typ ist G ? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 9 | Punkte: 2

Gegeben sei erneut die Grammatik (wie oben):

$G = (V, \Sigma, P, S)$ mit $V = \{S, A, B\}$, $\Sigma = \{a, b\}$ und

$P = \{S \to ASB,\ S \to AB,\ AB \to BA,\ A \to a,\ B \to b\}$

Geben Sie vier Wörter $w_1, w_2, w_3, w_4 \in L(G)$ mit $|w_1| = |w_2| = |w_3| = |w_4| = 4$ an.

Aufgabe 10 | Punkte: 1

Gegeben sei die Grammatik

$G = (V, \Sigma, P, S)$ mit $V = \{S, A, B\}$, $\Sigma = \{a, b\}$ und

$P = \{S \to ASB,\ S \to AB,\ AB \to BA,\ A \to a,\ B \to b\}$

Beschreiben Sie die durch G erzeugte Sprache $L(G)$ in einer geeigneten Notation.

Hinweis: Sie können die Notation |w|_a (bzw. |w|_b) für *die Anzahl an a's (bzw. b's) in einem Wort* $w \in \Sigma^*$ verwenden.

Aufgabe 11 | Punkte: 1

Gegeben sei das Wort $w = abac$ und die Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ mit

$V = \{S, A, B, C, D\}, \Sigma = \{a, b, c\}$ und

$P = \{S \rightarrow AB, A \rightarrow BA, A \rightarrow a, B \rightarrow AC, \quad B \rightarrow BB, B \rightarrow b, C \rightarrow c, D \rightarrow AB\}.$

Ist die Grammatik G in Chomsky-Normalform gegeben? Wenn nicht, bringen Sie die Grammatik G in Chomsky-Normalform.

Aufgabe 12 | Punkte: 5

Gegeben sei erneut das Wort $w = abac$ und die Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ wie oben mit

$V = \{S, A, B, C, D\}, \Sigma = \{a, b, c\}$ und

$P = \{S \to AB, A \to BA, A \to a, B \to AC, \quad B \to BB, B \to b, C \to c, D \to AB\}.$

Entscheiden Sie mithilfe des Cocke-Younger-Kasami-Algorithmus, ob $w \in L(G)$ gilt. Verwenden Sie hierbei die Chomsky-Normalform aus Teilaufgabe (a). Füllen Sie für den CYK-Algorithmus folgende Tabelle aus.

Falls ein Feld leer bleiben soll, tragen Sie bitte " - " ein.

a				
b				
a				
c				
	a	b	a	c

Aufgabe 13 | Punkte: 2

Gegeben sei erneut das Wort $w = abac$ und die Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ wie oben mit

$V = \{S, A, B, C, D\}, \Sigma = \{a, b, c\}$ und

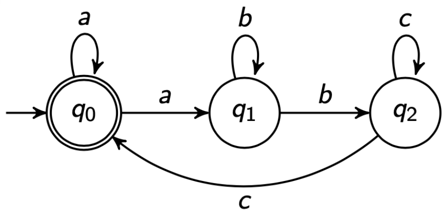
$P = \{S \to AB, A \to BA, A \to a, B \to AC, \quad B \to BB, B \to b, C \to c, D \to AB\}.$

Entfernen Sie in G, sofern vorhanden, Symbole die in keiner erfolgreichen Ableitung vorkommen.

Für " $\to$ " können Sie "->" verwenden.

Aufgabe 14 | Punkte: 4

Gegeben sei der NFA $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \delta, \{q_0\}, \{q_0\})$ mit δ :



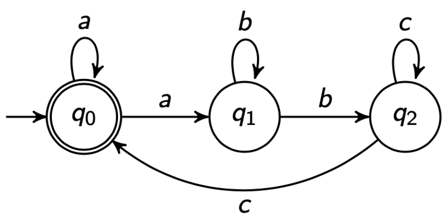
Berechnen Sie mithilfe des Arden-Lemmas einen regulären Ausdruck r mit $L(r) = L(\mathcal{M})$
.

Bei der Beantwortung können Sie folgende Zeichen verwenden: r1 == r2 für $r_1 \equiv r_2$.

Aufgabe 15 | Punkte: 4

Gegeben sei der gleiche NFA wie in Teilaufgabe (a): $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \delta, \{q_0\}, \{q_0\})$

mit δ :



Konstruieren Sie einen zu $\mathcal{M}$ äquivalenten DFA $\mathcal{M}'$. Verwenden Sie dazu die Potenzmengenkonstruktion aus der Vorlesung. Stellen Sie dabei sicher, dass der konstruierte Automat keine unerreichbaren Zustände erhält.

Bei der Beantwortung können Sie folgende Zeichen verwenden:

- "e" für ϵ (leeres Wort)

Für die Angabe der Übergangsfunktion können Sie folgende Notation verwenden:

`s -a-> t`

Hierbei ist s der Ausganszustand, a die Kantenbeschriftung und t der Zielzustand.

Aufgabe 16 | Punkte: 5

Geben Sie die Nerode-Äquivalenzklassen für die nachfolgenden Sprachen an.

- $L_1 = L((ab)^*a^* \mid b)$
- $L_2 = \{w \in \{a,b\}^* \mid w = w^R\}$

Hinweis: Nutzen Sie für die Äquivalenzklassen eckige Klammern, z.B. [a]=...

Aufgabe 17 | Punkte: 4

Geben Sie den Minimalautomaten für $L_1 = L((ab)^*a^* \mid b)$ an.

Für die Angabe der Übergangsfunktion können Sie folgende Notation verwenden:

```
s -a-> t
```

Hierbei ist s der Ausganszustand, a die Kantenbeschriftung und t der Zielzustand.

Aufgabe 18 | Punkte: 3

Gegeben seien die Sprachen

$$L_1 = \{a^n b^m c^n \mid n, m \geq 1\},$$
$$L_2 = \{a^k b^l c^p \mid k, l, p \geq 1 \text{ und } k \neq p\}.$$

Beweisen oder widerlegen Sie die folgende Aussage:

$L_1 \setminus L_2$ ist kontextfrei.

Begründen Sie Ihre Antwort. Dabei dürfen Sie den gesamten Stoff und alle Resultate der Vorlesung und Übung verwenden.

Aufgabe 19 | Punkte: 3

Gegeben seien erneut die Sprachen L_1 und L_2 (wie oben):

$$L_1 = \{a^n b^m c^n \mid n, m \geq 1\},$$
$$L_2 = \{a^k b^l c^p \mid k, l, p \geq 1 \text{ und } k \neq p\}.$$

Beweisen oder widerlegen Sie nun die folgende Aussage:

$L_1 \cap L_2$ ist regulär.

Begründen Sie Ihre Antwort. Dabei dürfen Sie den gesamten Stoff und alle Resultate der Vorlesung und Übung verwenden.

Bei der Beantwortung können Sie folgende Zeichen verwenden:

- Sigma^* für Σ^*
- L1 & L2 für $L_1 \cap L_2$ (Schnitt)
- L1 | L2 für $L_1 \cup L_2$ (Vereinigung)
- compl(L1) für $\overline{L_1}$ (Mengenkomplement)

Aufgabe 20 | Punkte: 2

Zeigen Sie, dass die Formel

$$F := \neg b \vee \Big((\neg a \vee \neg c \vee d) \wedge (\neg d \vee (a \wedge \neg c)) \Big)$$

äquivalent zu einer Horn-Formel ist.

Bei der Beantwortung können Sie folgende Zeichen verwenden:

- !P für $\neg P$
- P && Q für $P \wedge Q$
- P || Q für $P \vee Q$
- P == Q für $P \equiv Q$

Aufgabe 21 | Punkte: 4

Nutzen Sie das Resolutionsverfahren, um zu zeigen, dass die folgende Aussage gilt:

\begin{equation*}\{\,(\lnot a \lor b), (\lnot a \lor d), (\lnot b \lor \lnot d \lor c), (\lnot d \lor \lnot c \lor \lnot a) \} \models \lnot a \end{equation*}

Bei der Beantwortung können Sie folgende Zeichen verwenden:

- !P für $\neg P$
- P && Q für $P \wedge Q$
- P || Q für $P \vee Q$
- P == Q für $P \equiv Q$

Aufgabe 22 | Punkte: 2

Begründen Sie, warum die Hyperresolution für Horn-Formeln immer in polynomieller Zeit terminiert.

Aufgabe 23 | Punkte: 2

Ist die folgende Aussage wahr oder nicht wahr? Begründen Sie kurz Ihre Antwort – dabei dürfen Sie den gesamten Stoff und alle Resultate der Vorlesung und Übung verwenden.

Sei α ein regulärer Ausdruck, der den Kleene-Stern-Operator nicht verwendet. Dann beschreibt α eine endliche Sprache.

Bei der Beantwortung können Sie folgende Zeichen verwenden:

- 0 für $\emptyset$ und e für ϵ ,
- Sigma^* für Σ^* ,
- L1 & L2 für $L_1 \cap L_2$ (Schnitt),
- L1 | L2 für $L_1 \cup L_2$ (Vereinigung) und
- compl(L1) für $\overline{L_1}$ (Mengenkomplement)

Aufgabe 24 | Punkte: 2

Ist die folgende Aussage wahr oder nicht wahr? Begründen Sie kurz Ihre Antwort – dabei dürfen Sie den gesamten Stoff und alle Resultate der Vorlesung und Übung verwenden.

Jede Teilmenge einer nicht-regulären Sprache ist nicht-regulär.

Bei der Beantwortung können Sie folgende Zeichen verwenden:

- 0 für $\emptyset$ und e für ϵ,
- Sigma^* für Σ^*,
- L1 & L2 für $L_1 \cap L_2$ (Schnitt),
- L1 | L2 für $L_1 \cup L_2$ (Vereinigung) und
- compl(L1) für $\overline{L_1}$ (Mengenkomplement)

Aufgabe 25 | Punkte: 2

Ist die folgende Aussage wahr oder nicht wahr? Begründen Sie kurz Ihre Antwort – dabei dürfen Sie den gesamten Stoff und alle Resultate der Vorlesung und Übung verwenden.

Es gilt $\emptyset^* = \{\varepsilon\}$.

Bei der Beantwortung können Sie die folgenden Zeichen verwenden:

- 0 für $\emptyset$ und e für ϵ,
- L^i für L^i und L^* für L^*,
- Sigma^* für Σ^*,
- L1 & L2 für $L_1 \cap L_2$ (Schnitt),
- L1 | L2 für $L_1 \cup L_2$ (Vereinigung) und
- compl(L1) für $\overline{L_1}$ (Mengenkomplement)

Aufgabe 26 | Punkte: 2

Ist die folgende Aussage wahr oder nicht wahr? Begründen Sie kurz Ihre Antwort – dabei dürfen Sie den gesamten Stoff und alle Resultate der Vorlesung und Übung verwenden.

Einband-Turingmaschinen sind weniger ausdrucksstark als Mehrband-Turingmaschinen.

Aufgabe 27 | Punkte: 2

Ist die folgende Aussage wahr oder nicht wahr? Begründen Sie kurz Ihre Antwort – dabei dürfen Sie den gesamten Stoff und alle Resultate der Vorlesung und Übung verwenden.

Sei E eine Eigenschaft von Sprachen, die für manche Turing-erkennbare Sprachen gilt und für manche Turing-erkennbare Sprachen nicht gilt. Dann ist das folgende Problem unentscheidbar:

- Eingabe: Turingmaschine $\mathcal{M}$
- Ausgabe: Hat $L(\mathcal{M})$ die Eigenschaft E ?

Aufgabe 28 | Punkte: 2

Ist die folgende Aussage wahr oder nicht wahr? Begründen Sie kurz Ihre Antwort – dabei dürfen Sie den gesamten Stoff und alle Resultate der Vorlesung und Übung verwenden.

Zwei gegebene aussagenlogische Klauseln haben genau eine Resolvente.

Bei der Beantwortung können Sie folgende Zeichen verwenden:

- !a für $\neg a$,
- a && b für $a \wedge b$, und
- a || b für $a \vee b$.

Aufgabe 29 | Punkte: 2

Ist die folgende Aussage wahr oder nicht wahr? Begründen Sie kurz Ihre Antwort – dabei dürfen Sie den gesamten Stoff und alle Resultate der Vorlesung und Übung verwenden.

Es gibt eine aussagenlogische Formel F, die sowohl in KNF wie auch in DNF ist.

Bei der Beantwortung können Sie folgende Zeichen verwenden:

- !a für $\neg a$,
- a && b für $a \wedge b$, und
- a || b für $a \vee b$.