TECHNISCHE UNIVERSITÄT DRESDEN

Fakultät Informatik Institut für Theoretische Informatik, Lehrstuhl für Automatentheorie

Formale Systeme

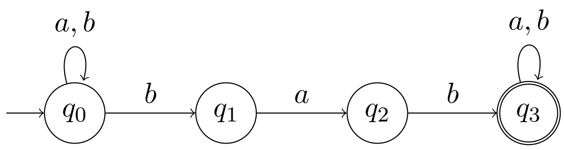
9. Übungsblatt

Wintersemester 2017/18

Aufgabe zur Selbstkontrolle (diese werden in den Übungen nicht besprochen)

S17) Gegeben ist der folgende NFA $\mathcal{M}_1 = (\{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{a, b\}, \delta, \{q_0\}, \{q_3\})$ mit

δ:



a) Berechnen Sie mithilfe des *Arden*-Lemmas einen regulären Ausdruck α mit $L(\mathcal{M}_1) = L(\alpha)$.

b) Geben Sie einen DFA $\overline{\mathcal{M}_2}$ an, der das Komplement von L akzeptiert, indem Sie aus $\mathcal{M}_1$ einen DFA $\mathcal{M}_2$ für L und aus $\mathcal{M}_2$ anschließend den Komplementautomaten $\overline{\mathcal{M}_2}$ bilden.

S18) a) Gegeben sind die folgenden Grammatiken G_i mit $1 \leq i \leq 4$:

- $G_1 = (\{S\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow aS, S \rightarrow Sb, S \rightarrow a\}, S)$
- $G_2 = (\{S\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow aS, S \rightarrow SbS, S \rightarrow a\}, S)$
- $G_3 = (\{S, B\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow \varepsilon, S \rightarrow aSb, aS \rightarrow aB, B \rightarrow bB, B \rightarrow b\}, S)$
- $G_4 = (\{S, A\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow a, A \rightarrow b\}, S)$

Geben Sie für jede Grammatik G_i den maximalen Chomsky-Typ j an. Begründen Sie Ihre Antwort.

b) Gegeben sind die folgenden Sprachen L_i mit $1 \leq i \leq 4$:

- $L_1 = \{a^n b^n a^n \mid n \in \mathbb{N}, n \geq 1\}$
- $L_2 = \{\varepsilon, a\}$
- $L_3 = \{a^n b^m \mid n, m \in \mathbb{N} \setminus \{0\}, n > m\}$
- $L_4 = L(\{a\} \cdot \{a\}^* \cdot \{b\} \cdot \{b\}^*) \setminus L_3$

Geben Sie für jede Sprache L_i den maximalen Chomsky-Typ j an. Begründen Sie Ihre Antwort. Die Darlegung der Beweisidee ist ausreichend.

Aufgabe 1

Gegeben sei die Sprache $L = \{w \in \Sigma^* \mid |w|_a + |w|_b = |w|_c\}$ über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$, wobei $|w|_a$ der Anzahl der Vorkommen von a in w entspricht.

a) Entwerfen Sie einen Kellerautomaten $\mathcal{M}$ mit $L(\mathcal{M}) = L$, der mittels Finalzustand akzeptiert.

b) Welcher andere Akzeptanzbegriff für Kellerautomaten ist laut Anmerkung in der Vorlesung auch möglich?

c) Wann ist eine Sprache deterministisch kontextfrei? Ist L deterministisch kontextfrei?

Aufgabe 2

Welche der folgenden Aussagen sind wahr und welche nicht? Begründen Sie Ihre Antworten – dabei dürfen Sie den gesamten Stoff und alle Resultate der Vorlesung und Übung verwenden.

a) Es gibt eine Sprache, die von einem nichtdeterministischen Kellerautomaten erkannt wird, nicht aber von einem deterministischen Kellerautomaten.

b) Mithilfe des Pumping-Lemmas für kontextfreie Sprachen kann bewiesen werden, dass eine Sprache L kontextfrei ist.

c) Für eine beliebige Sprache L gilt: L ist regulär, wenn es eine natürliche Zahl $n_0 \geq 1$ gibt, so dass sich jedes Wort $w \in L$ mit $|w| \geq n_0$ zerlegen lässt in $w = xyz$ mit $y \neq \varepsilon, xy^k z \in L$ für alle $k \geq 0$.

Aufgabe 3

Entwerfen Sie einen (nichtdeterministischen) PDA $\mathcal{M}_\varepsilon$ mit Akzeptanz durch leeren Keller, dessen akzeptierte Sprache $L_\varepsilon(\mathcal{M}_\varepsilon)$ mit der Sprache

$$L = \left\{w \in \{a, b, c\}^* : w = w^R\right\}$$

übereinstimmt, und begründen Sie die Korrektheit. Hierbei bezeichnet w^R das Wort w in umgekehrter Zeichenfolge. Transformieren Sie $\mathcal{M}_\varepsilon$ in einen äquivalenten (nichtdeterministischen) PDA $\mathcal{M}_F$ mit Akzeptanz über Endzustände. Geben Sie jeweils einen akzeptierenden Lauf von $\mathcal{M}_\varepsilon$ und $\mathcal{M}_F$ für die Wörter *ababa* und *abba* an.

Aufgabe 4

Zeigen Sie, dass die Sprache $L = \left\{w\$w^R : w \in \{a, b\}^*\right\}$ über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b, \$\}$ deterministisch kontextfrei ist. Hierbei bezeichnet w^R das erneut das Wort w in umgekehrter Zeichenfolge.