Formale Systeme: Besprechung Probeklausur

Dörthe Arndt

Institut für Künstliche Intelligenz, Professur für Computational Logic

2022-02-06

Aufgabe 1 (12 Punkte)

Welche der folgenden Aussagen sind jeweils wahr oder nicht wahr?

a) Sei α ein regulärer Ausdruck, der den Kleene-Stern-Operator nicht verwendet. Dann beschreibt α eine endliche Sprache.

b) Jede Teilmenge einer nicht-regulären Sprache L ist nicht-regulär.

c) Es gilt $\emptyset^* = \{\varepsilon\}$.

d) Es gibt eine reguläre Sprache, für welche die Anzahl der Äquivalenzklassen der zugehörigen *Nerode*-Rechtskongruenz endlich ist.

e) Der Schnitt zweier kontextfreier Sprachen ist stets wieder kontextfrei.

f) Einband-Turingmaschinen sind weniger ausdrucksstark als Mehrband-Turingmaschinen.

g) Sei E eine Eigenschaft von Sprachen, die für manche Turing-erkennbare Sprachen gilt und für manche Turing-erkennbare Sprachen nicht gilt. Dann ist das folgende Problem unentscheidbar:

   Eingabe: Turingmaschine $\mathcal{M}$
   Ausgabe: Hat $L(\mathcal{M})$ die Eigenschaft E?

h) Zwei gegebene aussagenlogische Klauseln haben genau eine Resolvente.

i) Es gibt eine aussagenlogische Formel F, die sowohl in KNF als auch in DNF ist.

Aufgabe 1a (3 Punkte)

a) Sei α ein regulärer Ausdruck, der den Kleene-Stern-Operator nicht verwendet. Dann beschreibt α eine endliche Sprache.

Die Aussage ist wahr.

Wir zeigen die Aussage mittels struktureller Induktion:

I.A. $|L(\emptyset)| = |\emptyset| = 0$, $|L(\varepsilon)| = |\{\varepsilon\}| = 1$, $|L(a)| = |\{a\}| = 1$, für alle $a \in \Sigma$.

I.S. Wir wenden den Induktionsschritt für Konkatenation (1) und Alternative (2) an:

$$(1)\ : |L(\alpha|\beta)| = |L(\alpha) \cup L(\beta)| \leq |L(\alpha)| + |L(\beta)| \overset{I.V}{\leq} n + m$$

$$(2)\ : |L(\alpha \circ \beta)| = |L(\alpha) \circ L(\beta)| = |L(\alpha)| \cdot |L(\beta)| \overset{I.V}{\leq} n \cdot m \qquad \square$$

Aufgabe 1b (1 Punkt)

a) Sei α ein regulärer Ausdruck, der den Kleene-Stern-Operator nicht verwendet. Dann beschreibt α eine endliche Sprache. ✓

b) Jede Teilmenge einer nicht-regulären Sprache L ist nicht-regulär.

Die Aussage ist falsch.

Gegenbeispiel sind u.a. alle endlichen Teilmengen von L.

Aufgabe 1c (1 Punkt)

a) Sei α ein regulärer Ausdruck, der den Kleene-Stern-Operator nicht verwendet. Dann beschreibt α eine endliche Sprache. ✓

b) Jede Teilmenge einer nicht-regulären Sprache L ist nicht-regulär. ✗

c) Es gilt $\emptyset^* = \{\varepsilon\}$.

Die Aussage ist wahr.

$\emptyset^* = \bigcup_{i \geq 0} \emptyset^i = \emptyset^0 = \{\varepsilon\}$

Aufgabe 1d (1 Punkt)

a) Sei α ein regulärer Ausdruck, der den Kleene-Stern-Operator nicht verwendet. Dann beschreibt α eine endliche Sprache. ✓

b) Jede Teilmenge einer nicht-regulären Sprache L ist nicht-regulär. ✗

c) Es gilt $\emptyset^* = \{\varepsilon\}$. ✓

d) Es gibt eine reguläre Sprache, für welche die Anzahl der Äquivalenzklassen der zugehörigen *Nerode*-Rechtskongruenz endlich ist.

> Die Aussage ist wahr.
>
> Laut Satz von Myhill-Nerode trifft diese Eigenschaft sogar auf alle regulären Sprachen zu.

Aufgabe 1e (3 Punkte)

a) Sei α ein regulärer Ausdruck, der den Kleene-Stern-Operator nicht verwendet. Dann beschreibt α eine endliche Sprache. ✓

b) Jede Teilmenge einer nicht-regulären Sprache L ist nicht-regulär. ✗

c) Es gilt $\emptyset^* = \{\varepsilon\}$. ✓

d) Es gibt eine reguläre Sprache, für welche die Anzahl der Äquivalenzklassen der zugehörigen *Nerode*-Rechtskongruenz endlich ist. ✓

e) Der Schnitt zweier kontextfreier Sprachen ist stets wieder kontextfrei.

Die Aussage ist falsch.

Gegenbeispiel:
$L_1 = \{a^n b^n c^m | n, m \geq 0\}$ und $L_2 = \{a^n b^m c^m | n, m \geq 0\}$ sind kontextfrei, aber $L_1 \cap L_2 = \{a^n b^n c^n | n \geq 0\}$ nicht.

Aufgabe 1f (1 Punkt)

a) Sei α ein regulärer Ausdruck, der den Kleene-Stern-Operator nicht verwendet. Dann beschreibt α eine endliche Sprache. ✓

b) Jede Teilmenge einer nicht-regulären Sprache L ist nicht-regulär. ✗

c) Es gilt $\emptyset^* = \{\varepsilon\}$. ✓

d) Es gibt eine reguläre Sprache, für welche die Anzahl der Äquivalenzklassen der zugehörigen *Nerode*-Rechtskongruenz endlich ist. ✓

e) Der Schnitt zweier kontextfreier Sprachen ist stets wieder kontextfrei. ✗

f) Einband-Turingmaschinen sind weniger ausdrucksstark als Mehrband-Turingmaschinen.

Die Aussage ist falsch.

In der Vorlesung wurde gezeigt, dass jede Sprache, die durch eine Mehr-Band-Turingmaschine entscheidbar ist, auch von einer Ein-Band-Turingmaschine entschieden werden kann.

Aufgabe 1g (2 Punkte)

a) Sei α ein regulärer Ausdruck, der den Kleene-Stern-Operator nicht verwendet. Dann beschreibt α eine endliche Sprache. ✓
b) Jede Teilmenge einer nicht-regulären Sprache L ist nicht-regulär. ✗
c) Es gilt $\emptyset^* = \{\varepsilon\}$. ✓
d) Es gibt eine reguläre Sprache, für welche die Anzahl der Äquivalenzklassen der zugehörigen *Nerode*-Rechtskongruenz endlich ist. ✓
e) Der Schnitt zweier kontextfreier Sprachen ist stets wieder kontextfrei. ✗
f) Einband-Turingmaschinen sind weniger ausdrucksstark als Mehrband-Turingmaschinen. ✗
g) Sei E eine Eigenschaft von Sprachen, die für manche Turing-erkennbare Sprachen gilt und für manche Turing-erkennbare Sprachen nicht gilt. Dann ist das folgende Problem unentscheidbar:

    Eingabe: Turingmaschine $\mathcal{M}$
    Ausgabe: Hat $L(\mathcal{M})$ die Eigenschaft E?

Die Aussage ist wahr.
Die Aussage gilt nach dem Satzt von Rice.

Aufgabe 1h (1 Punkt)

h) Zwei gegebene aussagenlogische Klauseln haben genau eine Resolvente.

Die Aussage ist falsch.

Gegenbeispiel:
Die Klauseln $K_1 = \{A, B\}$ und $K_2 = \{\neg A, \neg B\}$ haben die Resolventen $R_1 = \{B, \neg B\}$ und $R_2 = \{A, \neg A\}$.

Aufgabe 1i (1 Punkt)

i) Es gibt eine aussagenlogische Formel F, die sowohl in KNF als auch in DNF ist.

Die Aussage ist wahr.

Die Eigenschaft trifft zum Beispiel für jede atomare Formal zu.

Aufgabe 1 (12 Punkte)

Welche der folgenden Aussagen sind jeweils wahr oder nicht wahr?

a) Sei α ein regulärer Ausdruck, der den Kleene-Stern-Operator nicht verwendet. Dann beschreibt α eine endliche Sprache. ✓

b) Jede Teilmenge einer nicht-regulären Sprache L ist nicht-regulär. ✗

c) Es gilt $\emptyset^* = \{\varepsilon\}$. ✓

d) Es gibt eine reguläre Sprache, für welche die Anzahl der Äquivalenzklassen der zugehörigen *Nerode*-Rechtskongruenz endlich ist. ✓

e) Der Schnitt zweier kontextfreier Sprachen ist stets wieder kontextfrei. ✗

f) Einband-Turingmaschinen sind weniger ausdrucksstark als Mehrband-Turingmaschinen. ✗

g) Sei E eine Eigenschaft von Sprachen, die für manche Turing-erkennbare Sprachen gilt und für manche Turing-erkennbare Sprachen nicht gilt. Dann ist das folgende Problem unentscheidbar:

   Eingabe: Turingmaschine $\mathcal{M}$
   Ausgabe: Hat $L(\mathcal{M})$ die Eigenschaft E? ✓

h) Zwei gegebene aussagenlogische Klauseln haben genau eine Resolvente. ✗

i) Es gibt eine aussagenlogische Formel F, die sowohl in KNF als auch in DNF ist. ✓

Aufgabe 2 (2 + 2 + 1 + 3 = 8 Punkte)

Gegeben sei die Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ mit

$$V = \{S, B\},\ \Sigma = \{a, b, c\} \text{ und}$$

$$P = \{S \to aBSc,\ S \to abc,\ Ba \to B,\ Ba \to aB,\ Bb \to bb\}\,.$$

a) Von welchem maximalen Typ ist G? Begründen Sie Ihre Antwort.
b) Bestimmen Sie vier Wörter der Sprache $L(G)$. Begründen Sie Ihre Antwort.
c) Gilt $\varepsilon \in L(G)$? Begründen Sie Ihre Antwort.
d) Beschreiben Sie die durch G erzeugte Sprache $L(G)$.

Aufgabe 2 $(2 + 2 + 1 + 3 = 8$ Punkte$)$

Gegeben sei die Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ mit

$$V = \{S, B\},\ \Sigma = \{a, b, c\} \text{ und}$$

$$P = \{S \to aBSc,\ S \to abc,\ Ba \to B,\ Ba \to aB,\ Bb \to bb\}\,.$$

a) Von welchem maximalen Typ ist G? Begründen Sie Ihre Antwort.

b) Bestimmen Sie vier Wörter der Sprache $L(G)$. Begründen Sie Ihre Antwort.

c) Gilt $\varepsilon \in L(G)$? Begründen Sie Ihre Antwort.

d) Beschreiben Sie die durch G erzeugte Sprache $L(G)$.

Aufgabe 2 ($2 + 2 + 1 + 3 = 8$ Punkte)

Gegeben sei die Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ mit

$$V = \{S, B\},\ \Sigma = \{a, b, c\} \text{ und}$$

$$P = \{S \to aBSc,\ S \to abc,\ Ba \to B,\ Ba \to aB,\ Bb \to bb\}\,.$$

a) Von welchem maximalen Typ ist G? Begründen Sie Ihre Antwort.

b) Bestimmen Sie vier Wörter der Sprache $L(G)$. Begründen Sie Ihre Antwort.

c) Gilt $\varepsilon \in L(G)$? Begründen Sie Ihre Antwort.

d) Beschreiben Sie die durch G erzeugte Sprache $L(G)$.

---

a) G ist von Typ 0 und nicht von Typ 1, da für $Ba \to B$ gilt: $|Ba| > |B|$

Aufgabe 2 ($2 + 2 + 1 + 3 = 8$ Punkte)

Gegeben sei die Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ mit

$$V = \{S, B\},\ \Sigma = \{a, b, c\} \text{ und}$$

$$P = \{S \to aBSc,\ S \to abc,\ Ba \to B,\ Ba \to aB,\ Bb \to bb\}\,.$$

a) Von welchem maximalen Typ ist G? Begründen Sie Ihre Antwort.

b) Bestimmen Sie vier Wörter der Sprache $L(G)$. Begründen Sie Ihre Antwort.

c) Gilt $\varepsilon \in L(G)$? Begründen Sie Ihre Antwort.

d) Beschreiben Sie die durch G erzeugte Sprache $L(G)$.

---

a) G ist von Typ 0 und nicht von Typ 1, da für $Ba \to B$ gilt: $|Ba| > |B|$

b) $w_1 = abc$ $(S \to abc)$

Aufgabe 2 ($2 + 2 + 1 + 3 = 8$ Punkte)

Gegeben sei die Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ mit

$$V = \{S, B\},\ \Sigma = \{a, b, c\} \text{ und}$$

$$P = \{S \to aBSc,\ S \to abc,\ Ba \to B,\ Ba \to aB,\ Bb \to bb\}\,.$$

a) Von welchem maximalen Typ ist G? Begründen Sie Ihre Antwort.

b) Bestimmen Sie vier Wörter der Sprache $L(G)$. Begründen Sie Ihre Antwort.

c) Gilt $\varepsilon \in L(G)$? Begründen Sie Ihre Antwort.

d) Beschreiben Sie die durch G erzeugte Sprache $L(G)$.

---

a) G ist von Typ 0 und nicht von Typ 1, da für $Ba \to B$ gilt: $|Ba| > |B|$

b) $w_1 = abc$ $(S \to abc)$

$w_2 = abbcc$ $(\underline{S} \to aB\underline{S}c \to a\underline{Ba}bcc \to a\underline{Bb}cc \to abbcc)$

Aufgabe 2 (2 + 2 + 1 + 3 = 8 Punkte)

Gegeben sei die Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ mit

$$V = \{S, B\},\ \Sigma = \{a, b, c\} \text{ und}$$
$$P = \{S \to aBSc,\ S \to abc,\ Ba \to B,\ Ba \to aB,\ Bb \to bb\}\,.$$

a) Von welchem maximalen Typ ist G? Begründen Sie Ihre Antwort.

b) Bestimmen Sie vier Wörter der Sprache $L(G)$. Begründen Sie Ihre Antwort.

c) Gilt $\varepsilon \in L(G)$? Begründen Sie Ihre Antwort.

d) Beschreiben Sie die durch G erzeugte Sprache $L(G)$.

---

a) G ist von Typ 0 und nicht von Typ 1, da für $Ba \to B$ gilt: $|Ba| > |B|$

b)
$$w_1 = abc\ (S \to abc)$$
$$w_2 = abbcc\ (\underline{S} \to aB\underline{S}c \to a\underline{Ba}bcc \to a\underline{Bb}cc \to abbcc)$$
$$w_3 = aabbcc\ (\underline{S} \to aB\underline{S}c \to a\underline{Ba}bcc \to aa\underline{Bb}cc \to aabbcc)$$

Aufgabe 2 ($2 + 2 + 1 + 3 = 8$ Punkte)

Gegeben sei die Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ mit

$$V = \{S, B\},\ \Sigma = \{a, b, c\} \text{ und}$$

$$P = \{S \to aBSc,\ S \to abc,\ Ba \to B,\ Ba \to aB,\ Bb \to bb\}\,.$$

a) Von welchem maximalen Typ ist G? Begründen Sie Ihre Antwort.

b) Bestimmen Sie vier Wörter der Sprache $L(G)$. Begründen Sie Ihre Antwort.

c) Gilt $\varepsilon \in L(G)$? Begründen Sie Ihre Antwort.

d) Beschreiben Sie die durch G erzeugte Sprache $L(G)$.

---

a) G ist von Typ 0 und nicht von Typ 1, da für $Ba \to B$ gilt: $|Ba| > |B|$

b)

$w_1 = abc\ (S \to abc)$

$w_2 = abbcc\ (\underline{S} \to aB\underline{S}c \to a\underline{Ba}bcc \to a\underline{Bb}cc \to abbcc)$

$w_3 = aabbcc\ (\underline{S} \to aB\underline{S}c \to a\underline{Ba}bcc \to aa\underline{Bb}cc \to aabbcc)$

$w_4 = abbbccc\ (\underline{S} \to aB\underline{S}c \to a\underline{Ba}BScc \to aBB\underline{S}cc \to aB\underline{Ba}bccc \to$
$aB\underline{Bb}ccc \to a\underline{Bb}bccc \to abbbccc)$

Aufgabe 2 $(2 + 2 + 1 + 3 = 8$ Punkte)

Gegeben sei die Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ mit

$$V = \{S, B\},\ \Sigma = \{a, b, c\} \text{ und}$$

$$P = \{S \to aBSc,\ S \to abc,\ Ba \to B,\ Ba \to aB,\ Bb \to bb\}\,.$$

a) Von welchem maximalen Typ ist G? Begründen Sie Ihre Antwort.

b) Bestimmen Sie vier Wörter der Sprache $L(G)$. Begründen Sie Ihre Antwort.

c) Gilt $\varepsilon \in L(G)$? Begründen Sie Ihre Antwort.

d) Beschreiben Sie die durch G erzeugte Sprache $L(G)$.

---

a) G ist von Typ 0 und nicht von Typ 1, da für $Ba \to B$ gilt: $|Ba| > |B|$

b) $w_1 = abc\ (S \to abc)$

$w_2 = abbcc\ (\underline{S} \to aB\underline{S}c \to a\underline{Ba}bcc \to a\underline{Bb}cc \to abbcc)$

$w_3 = aabbcc\ (\underline{S} \to aB\underline{S}c \to a\underline{Ba}bcc \to aa\underline{Bb}cc \to aabbcc)$

$w_4 = abbbccc\ (\underline{S} \to aB\underline{S}c \to a\underline{Ba}BScc \to aBB\underline{S}cc \to aB\underline{Ba}bccc \to aB\underline{Bb}ccc \to a\underline{Bb}bccc \to abbbccc)$

c) Nein. Es gibt keine Regel, die das leere Wort erzeugt.

Aufgabe 2 ($2 + 2 + 1 + 3 = 8$ Punkte)

Gegeben sei die Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ mit

$$V = \{S, B\},\ \Sigma = \{a, b, c\} \text{ und}$$

$$P = \{S \to aBSc,\ S \to abc,\ Ba \to B,\ Ba \to aB,\ Bb \to bb\}\,.$$

a) Von welchem maximalen Typ ist G? Begründen Sie Ihre Antwort.
b) Bestimmen Sie vier Wörter der Sprache $L(G)$. Begründen Sie Ihre Antwort.
c) Gilt $\varepsilon \in L(G)$? Begründen Sie Ihre Antwort.
d) Beschreiben Sie die durch G erzeugte Sprache $L(G)$.

---

a) G ist von Typ 0 und nicht von Typ 1, da für $Ba \to B$ gilt: $|Ba| > |B|$

b) $w_1 = abc\ (S \to abc)$

$w_2 = abbcc\ (\underline{S} \to aB\underline{S}c \to a\underline{Ba}bcc \to a\underline{Bb}cc \to abbcc)$

$w_3 = aabbcc\ (\underline{S} \to aB\underline{S}c \to a\underline{Ba}bcc \to aa\underline{Bb}cc \to aabbcc)$

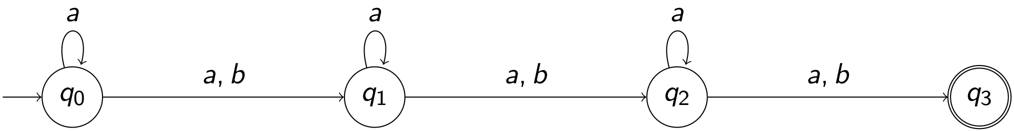
$w_4 = abbbccc\ (\underline{S} \to aB\underline{S}c \to a\underline{Ba}BScc \to aBB\underline{S}cc \to aB\underline{Ba}bccc \to$
$aB\underline{Bb}ccc \to a\underline{Bb}bccc \to abbbccc)$

c) Nein. Es gibt keine Regel, die das leere Wort erzeugt.

d) $L(G) = \{a^n b^m c^m | m \geq n \geq 1\}$.

Aufgabe 3 (7 + 5 = 12 Punkte)

Gegeben sei der NFA $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{a, b\}, \delta, \{q_0\}, \{q_3\})$ mit δ:



a) Berechnen Sie einen regulären Ausdruck α mit $L(\alpha) = L(\mathcal{M})$, indem Sie zunächst das Gleichungssystem für $\mathcal{M}$ aufstellen und es anschließend mithilfe des Arden-Lemmas lösen.

b) Konstruieren Sie einen zu $\mathcal{M}$ äquivalenten DFA $\mathcal{M}'$. Verwenden Sie dazu eine möglichst effiziente Potenzmengenkonstruktion aus der Vorlesung. Stellen Sie dabei sicher, dass der konstruierte Automat keine unerreichbaren Zustände erhält.

Aufgabe 3 (7 + 5 = 12 Punkte)

a) Wir stellen folgendes Gleichungssystem auf:

$$\alpha_0 \equiv a\alpha_0 \mid a\alpha_1 \mid b\alpha_1 \qquad \alpha_2 \equiv a\alpha_2 \mid a\alpha_3 \mid b\alpha_3 \equiv a\alpha_2 \mid (a \mid b)\alpha_3$$

$$\alpha_1 \equiv a\alpha_1 \mid a\alpha_2 \mid b\alpha_2 \equiv a\alpha_1 \mid (a \mid b)\alpha_2 \qquad \alpha_3 \equiv \varepsilon$$

Damit ergibt sich:

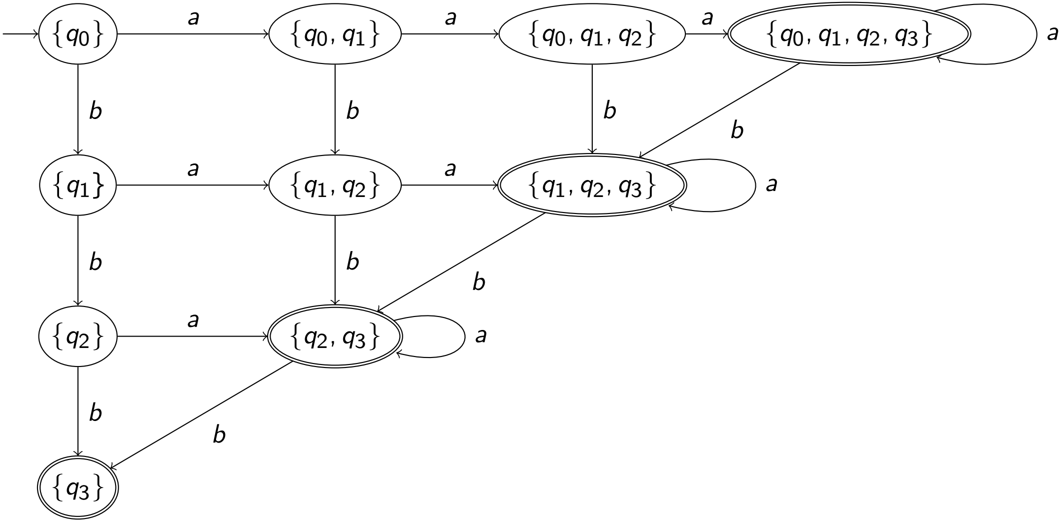
$$\alpha_2 \overset{(\alpha_3=\varepsilon)}{\equiv} a\alpha_2 \mid (a \mid b) \overset{Arden}{\equiv} a^*(a \mid b) \tag{1}$$

$$\alpha_1 \overset{(1)}{\equiv} a\alpha_1 \mid ((a \mid b)a^*(a \mid b)) \overset{Arden}{\equiv} a^*((a \mid b)a^*(a \mid b)) \tag{2}$$

$$\alpha_0 \overset{(2)}{\equiv} a\alpha_0 \mid ((a \mid b)a^*(a \mid b)a^*(a \mid b)) \overset{Arden}{\equiv} \underbrace{a^*((a \mid b)a^*(a \mid b)a^*(a \mid b))}_{=\alpha} \tag{3}$$

Aufgabe 3 (7 + 5 = 12 Punkte)

b) $\mathcal{M}' = (Q', \{a, b\}, \delta', \{q_0\}, \{\{q_3\}, \{q_2, q_3\}, \{q_1, q_2, q_3\}, \{q_0, q_1, q_2, q_3\}\})$ mit
$Q' = \{\{q_0\}, \{q_1\}, \{q_2\}, \{q_3\}, \{q_0, q_1\}, \{q_0, q_1, q_2\}, \{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{q_1, q_2\}, \{q_1, q_2, q_3\}, \{q_2, q_3\}\}$, und δ':



Aufgabe 4 ($2 + 5 + 5 = 12$ Punkte)

Gegeben sei das Wort $w = ccaab$ und die Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ mit

$$V = \{S, T\},\ \Sigma = \{a, b, c\} \text{ und}$$
$$P = \{S \to TS,\ S \to cT,\ S \to a,\ T \to aSb,\ T \to aab,\ T \to TT,\ T \to c\}.$$

a) Geben Sie an, unter welchen Bedingungen eine kontextfreie Grammatik in Chomsky-Normalform vorliegt.

b) Begründen Sie, warum G nicht in Chomsky-Normalform ist. Transformieren Sie G in eine äquivalente Grammatik G' in Chomsky-Normalform. Erläutern Sie Ihre Vorgehensweise.

c) Entscheiden Sie mithilfe des CYK-Algorithmus, ob $w \in L(G)$ gilt.

Aufgabe 4 ($2 + 5 + 5 = 12$ Punkte)

Gegeben sei das Wort $w = ccaab$ und die Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ mit

$$V = \{S, T\},\ \Sigma = \{a, b, c\} \text{ und}$$
$$P = \{S \to TS,\ S \to cT,\ S \to a,\ T \to aSb,\ T \to aab,\ T \to TT,\ T \to c\}.$$

a) Geben Sie an, unter welchen Bedingungen eine kontextfreie Grammatik in Chomsky-Normalform vorliegt.

Eine kontextfreie Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ ist in *Chomsky-Normalform (CNF)*, wenn alle ihre Produktionsregeln eine der beiden folgenden Formen haben:

$$\mathsf{A} \to \mathsf{BC} \quad (\text{mit } \mathsf{B}, \mathsf{C} \in V) \qquad \text{oder} \qquad \mathsf{A} \to \mathsf{c} \quad (\text{mit } \mathsf{c} \in \Sigma)$$

Aufgabe 4 ($2 + 5 + 5 = 12$ Punkte)

Gegeben sei das Wort $w = ccaab$ und die Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ mit

$$V = \{S, T\},\ \Sigma = \{a, b, c\} \text{ und}$$
$$P = \{S \to TS,\ S \to cT,\ S \to a,\ T \to aSb,\ T \to aab,\ T \to TT,\ T \to c\}.$$

b) Begründen Sie, warum G nicht in Chomsky-Normalform ist (1). Transformieren Sie G in eine äquivalente Grammatik G' in Chomsky-Normalform (2).

Aufgabe 4 ($2 + 5 + 5 = 12$ Punkte)

Gegeben sei das Wort $w = ccaab$ und die Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ mit

$$V = \{S, T\},\ \Sigma = \{a, b, c\} \text{ und}$$
$$P = \{S \to TS,\ S \to cT,\ S \to a,\ T \to aSb,\ T \to aab,\ T \to TT,\ T \to c\}.$$

b) Begründen Sie, warum G nicht in Chomsky-Normalform ist (1). Transformieren Sie G in eine äquivalente Grammatik G' in Chomsky-Normalform (2).

Aufgabe 4 ($2 + 5 + 5 = 12$ Punkte)

Gegeben sei das Wort $w = ccaab$ und die Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ mit

$$V = \{S, T\},\ \Sigma = \{a, b, c\} \text{ und}$$
$$P = \{S \to TS,\ S \to cT,\ S \to a,\ T \to aSb,\ T \to aab,\ T \to TT,\ T \to c\}.$$

b) Begründen Sie, warum G nicht in Chomsky-Normalform ist (1). Transformieren Sie G in eine äquivalente Grammatik G' in Chomsky-Normalform (2).

(1) Die Regel $T \to aSb$ hat nicht die in der Definition der CNF geforderte Form.

Aufgabe 4 ($2 + 5 + 5 = 12$ Punkte)

Gegeben sei das Wort $w = ccaab$ und die Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ mit

$$V = \{S, T\},\ \Sigma = \{a, b, c\} \text{ und}$$
$$P = \{S \to TS,\ S \to cT,\ S \to a,\ T \to aSb,\ T \to aab,\ T \to TT,\ T \to c\}.$$

b) Begründen Sie, warum G nicht in Chomsky-Normalform ist (1). Transformieren Sie G in eine äquivalente Grammatik G' in Chomsky-Normalform (2).

(1) Die Regel $T \to aSb$ hat nicht die in der Definition der CNF geforderte Form.

(2) Transformation:

(I) Ersetzung von Terminalsymbolen: $A \to a,\ B \to b,\ C \to c\ S \to TS,\ S \to CT,\ S \to a,\ T \to ASB,\ T \to AAB,\ T \to TT,\ T \to c$.

Aufgabe 4 ($2 + 5 + 5 = 12$ Punkte)

Gegeben sei das Wort $w = ccaab$ und die Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ mit

$$V = \{S, T\},\ \Sigma = \{a, b, c\} \text{ und}$$
$$P = \{S \to TS,\ S \to cT,\ S \to a,\ T \to aSb,\ T \to aab,\ T \to TT,\ T \to c\}.$$

b) Begründen Sie, warum G nicht in Chomsky-Normalform ist (1). Transformieren Sie G in eine äquivalente Grammatik G' in Chomsky-Normalform (2).

---

(1) Die Regel $T \to aSb$ hat nicht die in der Definition der CNF geforderte Form.

(2) Transformation:

- (I) Ersetzung von Terminalsymbolen: $A \to a,\ B \to b,\ C \to c\ S \to TS,\ S \to CT,\ S \to a,\ T \to ASB,\ T \to AAB,\ T \to TT,\ T \to c.$
- (II) Transformation der rechten Seiten mit mehr als zwei Symbolen: $S \to TS,\ S \to CT,\ S \to a,\ T \to AX,\ X \to SB,\ T \to AY,\ Y \to AB,\ T \to TT,\ T \to c,\ A \to a,\ B \to b,\ C \to c,$

Aufgabe 4 ($2 + 5 + 5 = 12$ Punkte)

Gegeben sei das Wort $w = ccaab$ und die Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ mit

$$V = \{S, T\},\ \Sigma = \{a, b, c\} \text{ und}$$
$$P = \{S \to TS,\ S \to cT,\ S \to a,\ T \to aSb,\ T \to aab,\ T \to TT,\ T \to c\}.$$

b) Begründen Sie, warum G nicht in Chomsky-Normalform ist. Transformieren Sie G in eine äquivalente Grammatik G' in Chomsky-Normalform.

Wir erhalten:

$$V' = \{S, T, A, B, C, X, Y\},\ \Sigma = \{a, b, c\} \text{ und}$$
$$P' = \{S \to TS,\ S \to CT,\ S \to a,\ T \to AX,\ X \to SB,\ T \to AY,\ Y \to AB,$$
$$T \to TT,\ T \to c,\ A \to a,\ B \to b,\ C \to c\}.$$

Aufgabe 4 ($2 + 5 + 5 = 12$ Punkte)

Gegeben sei das Wort $w = ccaab$ und die Grammatik $G' = (V', \Sigma, P', S)$ mit

$V = \{S, A, B, C, D\}$, $\Sigma = \{a, b, c\}$ und

$P = \{S \to TS,\ S \to CT,\ S \to a,\ T \to AX, X \to SB,\ T \to AY,\ Y \to AB, T \to TT,\ T \to c,\ A \to a,\ B \to b,\ C \to c\}$.

Aufgabe 4 ($2 + 5 + 5 = 12$ Punkte)

Gegeben sei das Wort $w = ccaab$ und die Grammatik $G' = (V', \Sigma, P', S)$ mit

$V = \{S, A, B, C, D\}$, $\Sigma = \{a, b, c\}$ und

$P = \{S \to TS,\ S \to CT,\ S \to a,\ T \to AX, X \to SB,\ T \to AY,\ Y \to AB, T \to TT,\ T \to c,\ A \to a,\ B \to b,\ C \to c\}$.

c					
c					
a					
a					
b					
	c	c	a	a	b

Aufgabe 4 ($2 + 5 + 5 = 12$ Punkte)

Gegeben sei das Wort $w = ccaab$ und die Grammatik $G' = (V', \Sigma, P', S)$ mit

$V = \{S, A, B, C, D\}$, $\Sigma = \{a, b, c\}$ und

$P = \{S \to TS,\ S \to CT,\ S \to a,\ T \to AX, X \to SB,\ T \to AY,\ Y \to AB, T \to TT,\ T \to c,\ A \to a,\ B \to b,\ C \to c\}$.

c	$\{C, T\}$				
c					
a					
a					
b					
	c	c	a	a	b

Aufgabe 4 ($2 + 5 + 5 = 12$ Punkte)

Gegeben sei das Wort $w = ccaab$ und die Grammatik $G' = (V', \Sigma, P', S)$ mit

$V = \{S, A, B, C, D\}$, $\Sigma = \{a, b, c\}$ und

$P = \{S \to TS,\ S \to CT,\ S \to a,\ T \to AX, X \to SB,\ T \to AY,\ Y \to AB, T \to TT,\ T \to c,\ A \to a,\ B \to b,\ C \to c\}$.

c	$\{C, T\}$				
c		$\{C, T\}$			
a					
a					
b					
	c	c	a	a	b

Aufgabe 4 $(2 + 5 + 5 = 12$ Punkte)

Gegeben sei das Wort $w = ccaab$ und die Grammatik $G' = (V', \Sigma, P', S)$ mit

$V = \{S, A, B, C, D\}$, $\Sigma = \{a, b, c\}$ und

$P = \{S \to TS,\ S \to CT,\ S \to a,\ T \to AX, X \to SB,\ T \to AY,\ Y \to AB, T \to TT,\ T \to c,\ A \to a,\ B \to b,\ C \to c\}$.

c	$\{C, T\}$				
c		$\{C, T\}$			
a			$\{S, A\}$		
a					
b					
	c	c	a	a	b

Aufgabe 4 (2 + 5 + 5 = 12 Punkte)

Gegeben sei das Wort $w = ccaab$ und die Grammatik $G' = (V', \Sigma, P', S)$ mit

$V = \{S, A, B, C, D\}$, $\Sigma = \{a, b, c\}$ und

$P = \{S \to TS,\ S \to CT,\ S \to a,\ T \to AX, X \to SB,\ T \to AY,\ Y \to AB, T \to TT,\ T \to c,\ A \to a,\ B \to b,\ C \to c\}$.

c	$\{C, T\}$				
c		$\{C, T\}$			
a			$\{S, A\}$		
a				$\{S, A\}$	
b					
	c	c	a	a	b

Aufgabe 4 ($2 + 5 + 5 = 12$ Punkte)

Gegeben sei das Wort $w = ccaab$ und die Grammatik $G' = (V', \Sigma, P', S)$ mit

$V = \{S, A, B, C, D\}$, $\Sigma = \{a, b, c\}$ und

$P = \{S \to TS,\ S \to CT,\ S \to a,\ T \to AX, X \to SB,\ T \to AY,\ Y \to AB, T \to TT,\ T \to c,\ A \to a,\ B \to b,\ C \to c\}$.

c	$\{C, T\}$				
c		$\{C, T\}$			
a			$\{S, A\}$		
a				$\{S, A\}$	
b					$\{B\}$
	c	c	a	a	b

Aufgabe 4 ($2 + 5 + 5 = 12$ Punkte)

Gegeben sei das Wort $w = ccaab$ und die Grammatik $G' = (V', \Sigma, P', S)$ mit

$V = \{S, A, B, C, D\}$, $\Sigma = \{a, b, c\}$ und

$P = \{S \to TS,\ S \to CT,\ S \to a,\ T \to AX, X \to SB,\ T \to AY,\ Y \to AB, T \to TT,\ T \to c,\ A \to a,\ B \to b,\ C \to c\}$.

c	$\{C, T\}$	$\{T, S\}$			
c		$\{C, T\}$			
a			$\{S, A\}$		
a				$\{S, A\}$	
b					$\{B\}$
	c	c	a	a	b

Aufgabe 4 ($2 + 5 + 5 = 12$ Punkte)

Gegeben sei das Wort $w = ccaab$ und die Grammatik $G' = (V', \Sigma, P', S)$ mit

$V = \{S, A, B, C, D\}$, $\Sigma = \{a, b, c\}$ und

$P = \{S \to TS,\ S \to CT,\ S \to a,\ T \to AX, X \to SB,\ T \to AY,\ Y \to AB, T \to TT,\ T \to c,\ A \to a,\ B \to b,\ C \to c\}$.

c	$\{C, T\}$	$\{T, S\}$			
c		$\{C, T\}$	$\{S\}$		
a			$\{S, A\}$		
a				$\{S, A\}$	
b					$\{B\}$
	c	c	a	a	b

Aufgabe 4 ($2 + 5 + 5 = 12$ Punkte)

Gegeben sei das Wort $w = ccaab$ und die Grammatik $G' = (V', \Sigma, P', S)$ mit

$V = \{S, A, B, C, D\}$, $\Sigma = \{a, b, c\}$ und

$P = \{S \to TS,\ S \to CT,\ S \to a,\ T \to AX, X \to SB,\ T \to AY,\ Y \to AB, T \to TT,\ T \to c,\ A \to a,\ B \to b,\ C \to c\}$.

c	$\{C, T\}$	$\{T, S\}$			
c		$\{C, T\}$	$\{S\}$		
a			$\{S, A\}$	$\varnothing$	
a				$\{S, A\}$	
b					$\{B\}$
	c	c	a	a	b

Aufgabe 4 (2 + 5 + 5 = 12 Punkte)

Gegeben sei das Wort $w = ccaab$ und die Grammatik $G' = (V', \Sigma, P', S)$ mit

$V = \{S, A, B, C, D\}$, $\Sigma = \{a, b, c\}$ und

$P = \{S \to TS,\ S \to CT,\ S \to a,\ T \to AX, X \to SB,\ T \to AY,\ Y \to AB, T \to TT,\ T \to c,\ A \to a,\ B \to b,\ C \to c\}$.

	c	c	a	a	b
c	$\{C, T\}$	$\{T, S\}$			
c		$\{C, T\}$	$\{S\}$		
a			$\{S, A\}$	$\varnothing$	
a				$\{S, A\}$	$\{X, Y\}$
b					$\{B\}$

Aufgabe 4 ($2 + 5 + 5 = 12$ Punkte)

Gegeben sei das Wort $w = ccaab$ und die Grammatik $G' = (V', \Sigma, P', S)$ mit

$V = \{S, A, B, C, D\}$, $\Sigma = \{a, b, c\}$ und

$P = \{S \to TS,\ S \to CT,\ S \to a,\ T \to AX, X \to SB,\ T \to AY,\ Y \to AB, T \to TT,\ T \to c,\ A \to a,\ B \to b,\ C \to c\}$.

c	$\{C, T\}$	$\{T, S\}$	$\{S\}$		
c		$\{C, T\}$	$\{S\}$		
a			$\{S, A\}$	$\varnothing$	
a				$\{S, A\}$	$\{X, Y\}$
b					$\{B\}$
	c	c	a	a	b

Aufgabe 4 ($2 + 5 + 5 = 12$ Punkte)

Gegeben sei das Wort $w = ccaab$ und die Grammatik $G' = (V', \Sigma, P', S)$ mit

$V = \{S, A, B, C, D\}$, $\Sigma = \{a, b, c\}$ und

$P = \{S \to TS,\ S \to CT,\ S \to a,\ T \to AX, X \to SB,\ T \to AY,\ Y \to AB, T \to TT,\ T \to c,\ A \to a,\ B \to b,\ C \to c\}$.

c	$\{C, T\}$	$\{T, S\}$	$\{S\}$		
c		$\{C, T\}$	$\{S\}$	$\varnothing$	
a			$\{S, A\}$	$\varnothing$	
a				$\{S, A\}$	$\{X, Y\}$
b					$\{B\}$
	c	c	a	a	b

Aufgabe 4 ($2 + 5 + 5 = 12$ Punkte)

Gegeben sei das Wort $w = ccaab$ und die Grammatik $G' = (V', \Sigma, P', S)$ mit

$V = \{S, A, B, C, D\}$, $\Sigma = \{a, b, c\}$ und

$P = \{S \to TS,\ S \to CT,\ S \to a,\ T \to AX, X \to SB,\ T \to AY,\ Y \to AB, T \to TT,\ T \to c,\ A \to a,\ B \to b,\ C \to c\}$.

c	$\{C, T\}$	$\{T, S\}$	$\{S\}$		
c		$\{C, T\}$	$\{S\}$	$\varnothing$	
a			$\{S, A\}$	$\varnothing$	$\{T\}$
a				$\{S, A\}$	$\{X, Y\}$
b					$\{B\}$
	c	c	a	a	b

Aufgabe 4 (2 + 5 + 5 = 12 Punkte)

Gegeben sei das Wort $w = ccaab$ und die Grammatik $G' = (V', \Sigma, P', S)$ mit

$V = \{S, A, B, C, D\}$, $\Sigma = \{a, b, c\}$ und

$P = \{S \rightarrow TS,\ S \rightarrow CT,\ S \rightarrow a,\ T \rightarrow AX, X \rightarrow SB,\ T \rightarrow AY,\ Y \rightarrow AB, T \rightarrow TT,\ T \rightarrow c,\ A \rightarrow a,\ B \rightarrow b,\ C \rightarrow c\}$.

c	$\{C, T\}$	$\{T, S\}$	$\{S\}$	$\varnothing$	
c		$\{C, T\}$	$\{S\}$	$\varnothing$	
a			$\{S, A\}$	$\varnothing$	$\{T\}$
a				$\{S, A\}$	$\{X, Y\}$
b					$\{B\}$
	c	c	a	a	b

Aufgabe 4 $(2 + 5 + 5 = 12$ Punkte$)$

Gegeben sei das Wort $w = ccaab$ und die Grammatik $G' = (V', \Sigma, P', S)$ mit

$V = \{S, A, B, C, D\}$, $\Sigma = \{a, b, c\}$ und

$P = \{S \to TS,\ S \to CT,\ S \to a,\ T \to AX, X \to SB,\ T \to AY,\ Y \to AB, T \to TT,\ T \to c,\ A \to a,\ B \to b,\ C \to c\}$.

c	$\{C, T\}$	$\{T, S\}$	$\{S\}$	$\varnothing$	
c		$\{C, T\}$	$\{S\}$	$\varnothing$	$\{S, T\}$
a			$\{S, A\}$	$\varnothing$	$\{T\}$
a				$\{S, A\}$	$\{X, Y\}$
b					$\{B\}$
	c	c	a	a	b

Aufgabe 4 (2 + 5 + 5 = 12 Punkte)

Gegeben sei das Wort $w = ccaab$ und die Grammatik $G' = (V', \Sigma, P', S)$ mit

$V = \{S, A, B, C, D\}$, $\Sigma = \{a, b, c\}$ und

$P = \{S \to TS,\ S \to CT,\ S \to a,\ T \to AX, X \to SB,\ T \to AY,\ Y \to AB, T \to TT,\ T \to c,\ A \to a,\ B \to b,\ C \to c\}$.

c	$\{C, T\}$	$\{T, S\}$	$\{S\}$	$\varnothing$	$\{S, T\}$
c		$\{C, T\}$	$\{S\}$	$\varnothing$	$\{S, T\}$
a			$\{S, A\}$	$\varnothing$	$\{T\}$
a				$\{S, A\}$	$\{X, Y\}$
b					$\{B\}$
	c	c	a	a	b

Aufgabe 4 (2 + 5 + 5 = 12 Punkte)

Gegeben sei das Wort $w = ccaab$ und die Grammatik $G' = (V', \Sigma, P', S)$ mit

$V = \{S, A, B, C, D\}$, $\Sigma = \{a, b, c\}$ und

$P = \{S \to TS,\ S \to CT,\ S \to a,\ T \to AX, X \to SB,\ T \to AY,\ Y \to AB, T \to TT,\ T \to c,\ A \to a,\ B \to b,\ C \to c\}$.

c	$\{C, T\}$	$\{T, S\}$	$\{S\}$	$\varnothing$	$\{S, T\}$
c		$\{C, T\}$	$\{S\}$	$\varnothing$	$\{S, T\}$
a			$\{S, A\}$	$\varnothing$	$\{T\}$
a				$\{S, A\}$	$\{X, Y\}$
b					$\{B\}$
	c	c	a	a	b

$\to$ Damit ist $w = ccaab \in L$.

Aufgabe 5 ($3 + 3 + 3 = 9$ Punkte)

Gegeben seien die Sprachen

$$L_1 = \{\, b^i a^j \mid i, j \geq 1 \,\},$$

$$L_2 = \{\, a^n b^m a^m b^p \mid n, m, p \geq 0 \,\} \text{ und}$$

$$L_3 = \{\, (ab)^k (ab)^k \mid k \geq 0 \,\}$$

über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$.

a) Ist $\overline{L_1}$ regulär?

b) Ist L_2 regulär?

c) Ist L_3 regulär?

Begründen Sie jeweils Ihre Antwort. Dabei dürfen Sie den gesamten Stoff und alle Resultate der Vorlesung und Übung verwenden.

Aufgabe 5 ($3 + 3 + 3 = 9$ Punkte)

Gegeben seien die Sprachen

$$L_1 = \{ b^i a^j \mid i, j \geq 1 \},$$

$$L_2 = \{ a^n b^m a^m b^p \mid n, m, p \geq 0 \} \text{ und}$$

$$L_3 = \{ (ab)^k (ab)^k \mid k \geq 0 \}$$

über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$.

a) Ist $\overline{L_1}$ regulär?

> Die Sprache L_1 ist regulär ($L_1 = L(bb^* aa^*)$). Weil das Komplement regulärer Sprachen ebenfalls regulär ist, folgt die Regularität von $\overline{L_1}$.

Aufgabe 5 ($3 + 3 + 3 = 9$ Punkte)

Gegeben seien die Sprachen

$$L_1 = \{\, b^i a^j \mid i, j \geq 1 \,\},$$
$$L_2 = \{\, a^n b^m a^m b^p \mid n, m, p \geq 0 \,\} \text{ und}$$
$$L_3 = \{\, (ab)^k (ab)^k \mid k \geq 0 \,\}$$

über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$.

a) Ist $\overline{L_1}$ regulär? ✓

b) Ist L_2 regulär?

L_2 ist nicht regulär. Angenommen doch und es gibt eine Pumpingzahl n. Wähle das Wort $z = b^n a^n$. Es gilt $z \in L_2$ und $|z| = 2n > n$.
Betrachte eine beliebige Zerlegung $z = uvw$ mit $1 \leq |v| \leq |uv| \leq n$.
Damit gilt wegen $\ell = |uv| \leq n$ insbesondere auch $uv = b^\ell$.
Pumpen wir nun mit $k = 2$, so erhalten wir $z' = b^{n+|v|} a^n$. Wegen $n + |v| > n$ gilt $z' \notin L_2$. Widerspruch.
Somit kann es keine Pumpingzahl n geben und L_2 ist nicht regulär.

Aufgabe 5 ($3 + 3 + 3 = 9$ Punkte)

Gegeben seien die Sprachen

$$L_1 = \{\, b^i a^j \mid i, j \geq 1 \,\},$$
$$L_2 = \{\, a^n b^m a^m b^p \mid n, m, p \geq 0 \,\} \text{ und}$$
$$L_3 = \{\, (ab)^k (ab)^k \mid k \geq 0 \,\}$$

über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$.

a) Ist $\overline{L_1}$ regulär? ✓

b) Ist L_2 regulär? ✗

c) Ist L_3 regulär?

> L_3 ist regulär. $\{\, (ab)^k (ab)^k \mid k \geq 0 \,\} = L((abab)^*)$.

Aufgabe 5 ($3 + 3 + 3 = 9$ Punkte)

Gegeben seien die Sprachen

$$L_1 = \{\, b^i a^j \mid i, j \geq 1 \,\},$$

$$L_2 = \{\, a^n b^m a^m b^p \mid n, m, p \geq 0 \,\} \text{ und}$$

$$L_3 = \{\, (ab)^k (ab)^k \mid k \geq 0 \,\}$$

über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$.

a) Ist $\overline{L_1}$ regulär? ✓

b) Ist L_2 regulär? ✗

c) Ist L_3 regulär? ✓

Aufgabe 6 ($2 + 7 + 3 = 12$ Punkte)

a) Überführen Sie die Formel

$$(a \rightarrow c) \wedge (d \leftrightarrow (a \wedge c)) \wedge (a \vee \neg b)$$

in konjunktive Normalform. Ist die Formel allgemeingültig?

b) Wenden Sie das Resolutionsverfahren an, um zu entscheiden, ob die Folgerung

$$(a \vee d) \wedge (a \vee \neg b) \wedge (b \vee \neg c) \wedge (\neg a \vee c \vee d) \models (a \wedge b) \vee (\neg c \wedge d)$$

korrekt ist.

c) Betrachten Sie Formeln in KNF, in denen jede Klausel maximal zwei Literale enthält. Welche Worst-Case-Laufzeit ergibt sich für das Resolutionsverfahren?

Aufgabe 6 ($2 + 7 + 3 = 12$ Punkte)

a) Überführen Sie die Formel

$$(a \to c) \land (d \leftrightarrow (a \land c)) \land (a \lor \neg b)$$

in konjunktive Normalform. Ist die Formel allgemeingültig?

$$F = (a \to c) \land (d \leftrightarrow (a \land c)) \land (a \lor \neg b)$$

Aufgabe 6 ($2 + 7 + 3 = 12$ Punkte)

a) Überführen Sie die Formel

$$(a \to c) \land (d \leftrightarrow (a \land c)) \land (a \lor \neg b)$$

in konjunktive Normalform. Ist die Formel allgemeingültig?

$$\begin{aligned} F &= (a \to c) \land (d \leftrightarrow (a \land c)) \land (a \lor \neg b) \\ &\equiv (\neg a \lor c) \land (\neg d \lor (a \land c)) \land (d \lor \neg(a \land c)) \land (a \lor \neg b) \end{aligned}$$

Aufgabe 6 (2 + 7 + 3 = 12 Punkte)

a) Überführen Sie die Formel

$$(a \rightarrow c) \land (d \leftrightarrow (a \land c)) \land (a \lor \neg b)$$

in konjunktive Normalform. Ist die Formel allgemeingültig?

$$\begin{aligned}
F &= (a \rightarrow c) \land (d \leftrightarrow (a \land c)) \land (a \lor \neg b) \\
&\equiv (\neg a \lor c) \land (\neg d \lor (a \land c)) \land (d \lor \neg(a \land c)) \land (a \lor \neg b) \\
&\equiv (\neg a \lor c) \land (\neg d \lor (a \land c)) \land (d \lor \neg a \lor \neg c) \land (a \lor \neg b)
\end{aligned}$$

Aufgabe 6 ($2 + 7 + 3 = 12$ Punkte)

a) Überführen Sie die Formel

$$(a \rightarrow c) \wedge (d \leftrightarrow (a \wedge c)) \wedge (a \vee \neg b)$$

in konjunktive Normalform. Ist die Formel allgemeingültig?

$$\begin{aligned}
F &= (a \rightarrow c) \wedge (d \leftrightarrow (a \wedge c)) \wedge (a \vee \neg b) \\
&\equiv (\neg a \vee c) \wedge (\neg d \vee (a \wedge c)) \wedge (d \vee \neg(a \wedge c)) \wedge (a \vee \neg b) \\
&\equiv (\neg a \vee c) \wedge (\neg d \vee (a \wedge c)) \wedge (d \vee \neg a \vee \neg c) \wedge (a \vee \neg b) \\
&\equiv (\neg a \vee c) \wedge (\neg d \vee a) \wedge (\neg d \vee c) \wedge (d \vee \neg a \vee \neg c) \wedge (a \vee \neg b)
\end{aligned}$$

Aufgabe 6 (2 + 7 + 3 = 12 Punkte)

a) Überführen Sie die Formel

$$(a \rightarrow c) \wedge (d \leftrightarrow (a \wedge c)) \wedge (a \vee \neg b)$$

in konjunktive Normalform. Ist die Formel allgemeingültig?

$$\begin{aligned}
F &= (a \rightarrow c) \wedge (d \leftrightarrow (a \wedge c)) \wedge (a \vee \neg b) \\
&\equiv (\neg a \vee c) \wedge (\neg d \vee (a \wedge c)) \wedge (d \vee \neg(a \wedge c)) \wedge (a \vee \neg b) \\
&\equiv (\neg a \vee c) \wedge (\neg d \vee (a \wedge c)) \wedge (d \vee \neg a \vee \neg c) \wedge (a \vee \neg b) \\
&\equiv (\neg a \vee c) \wedge (\neg d \vee a) \wedge (\neg d \vee c) \wedge (d \vee \neg a \vee \neg c) \wedge (a \vee \neg b)
\end{aligned}$$

Die Formel ist nicht allgemeingültig.

Aufgabe 6 ($2 + 7 + 3 = 12$ Punkte)

a) Überführen Sie die Formel

$$(a \to c) \wedge (d \leftrightarrow (a \wedge c)) \wedge (a \vee \neg b)$$

in konjunktive Normalform. Ist die Formel allgemeingültig?

$$\begin{aligned}
F &= (a \to c) \wedge (d \leftrightarrow (a \wedge c)) \wedge (a \vee \neg b) \\
&\equiv (\neg a \vee c) \wedge (\neg d \vee (a \wedge c)) \wedge (d \vee \neg(a \wedge c)) \wedge (a \vee \neg b) \\
&\equiv (\neg a \vee c) \wedge (\neg d \vee (a \wedge c)) \wedge (d \vee \neg a \vee \neg c) \wedge (a \vee \neg b) \\
&\equiv (\neg a \vee c) \wedge (\neg d \vee a) \wedge (\neg d \vee c) \wedge (d \vee \neg a \vee \neg c) \wedge (a \vee \neg b)
\end{aligned}$$

Die Formel ist nicht allgemeingültig.

Bei der Belegung $w(a) = 1, w(c) = 0$ ist das erste Konjunkt und damit auch die Formel falsch.

Aufgabe 6 ($2 + 7 + 3 = 12$ Punkte)

b) Wenden Sie das Resolutionsverfahren an, um zu entscheiden, ob die Folgerung

$$(a \lor d) \land (a \lor \neg b) \land (b \lor \neg c) \land (\neg a \lor c \lor d) \models (a \land b) \lor (\neg c \land d)$$

korrekt ist.

Aufgabe 6 (2 + 7 + 3 = 12 Punkte)

b) Wenden Sie das Resolutionsverfahren an, um zu entscheiden, ob die Folgerung

$$(a \vee d) \wedge (a \vee \neg b) \wedge (b \vee \neg c) \wedge (\neg a \vee c \vee d) \models (a \wedge b) \vee (\neg c \wedge d)$$

korrekt ist.

Ansatz: Wir untersuchen, ob die Formelmenge

$$\{(a \vee d) \wedge (a \vee \neg b) \wedge (b \vee \neg c) \wedge (\neg a \vee c \vee d), \neg((a \wedge b) \vee (\neg c \wedge d))\}$$

unerfüllbar ist.

Aufgabe 6 ($2 + 7 + 3 = 12$ Punkte)

b) Wenden Sie das Resolutionsverfahren an, um zu entscheiden, ob die Folgerung

$$(a \vee d) \wedge (a \vee \neg b) \wedge (b \vee \neg c) \wedge (\neg a \vee c \vee d) \models (a \wedge b) \vee (\neg c \wedge d)$$

korrekt ist.

Ansatz: Wir untersuchen, ob die Formelmenge

$$\{(a \vee d) \wedge (a \vee \neg b) \wedge (b \vee \neg c) \wedge (\neg a \vee c \vee d), \neg((a \wedge b) \vee (\neg c \wedge d))\}$$

unerfüllbar ist.

Überlegung hierzu:

$$A \models B \text{ gdw. } A \models B \vee \bot \text{ gdw. } A \models \neg B \to \bot \text{ gdw. } \{A, \neg B\} \models \bot$$

(über Formelumformungen und Anwendung des Deduktionstheorems)

Aufgabe 6 ($2 + 7 + 3 = 12$ Punkte)

b) Wenden Sie das Resolutionsverfahren an, um zu entscheiden, ob die Folgerung

$$(a \vee d) \wedge (a \vee \neg b) \wedge (b \vee \neg c) \wedge (\neg a \vee c \vee d) \models (a \wedge b) \vee (\neg c \wedge d)$$

korrekt ist.

Ansatz: Wir untersuchen, ob die Formelmenge

$$\{(a \vee d) \wedge (a \vee \neg b) \wedge (b \vee \neg c) \wedge (\neg a \vee c \vee d), \neg((a \wedge b) \vee (\neg c \wedge d))\}$$

unerfüllbar ist.

Wir formen den letzten Ausdruch in KNF um:

$$\neg((a \wedge b) \vee (\neg c \wedge d)) \equiv \neg(a \wedge b) \wedge \neg(\neg c \wedge d) \equiv (\neg a \vee \neg b) \wedge (c \vee \neg d))$$

Aufgabe 6 $(2 + 7 + 3 = 12$ Punkte)

b) Wenden Sie das Resolutionsverfahren an, um zu entscheiden, ob die Folgerung

$$(a \vee d) \wedge (a \vee \neg b) \wedge (b \vee \neg c) \wedge (\neg a \vee c \vee d) \models (a \wedge b) \vee (\neg c \wedge d)$$

korrekt ist.

Aufgabe 6 ($2 + 7 + 3 = 12$ Punkte)

b) Wenden Sie das Resolutionsverfahren an, um zu entscheiden, ob die Folgerung

$$(a \vee d) \wedge (a \vee \neg b) \wedge (b \vee \neg c) \wedge (\neg a \vee c \vee d) \models (a \wedge b) \vee (\neg c \wedge d)$$

korrekt ist.

(1)	$\{a, d\}$	(2)	$\{a, \neg b\}$
(3)	$\{b, \neg c\}$	(4)	$\{\neg a, c, d\}$
(5)	$\{\neg a, \neg b\}$	(6)	$\{c, \neg d\}$

Aufgabe 6 ($2 + 7 + 3 = 12$ Punkte)

b) Wenden Sie das Resolutionsverfahren an, um zu entscheiden, ob die Folgerung

$$(a \vee d) \wedge (a \vee \neg b) \wedge (b \vee \neg c) \wedge (\neg a \vee c \vee d) \models (a \wedge b) \vee (\neg c \wedge d)$$

korrekt ist.

(1)	$\{a, d\}$		(2)	$\{a, \neg b\}$
(3)	$\{b, \neg c\}$		(4)	$\{\neg a, c, d\}$
(5)	$\{\neg a, \neg b\}$		(6)	$\{c, \neg d\}$
(7)	$\{c, d\}$	(1) & (4)		

Aufgabe 6 ($2 + 7 + 3 = 12$ Punkte)

b) Wenden Sie das Resolutionsverfahren an, um zu entscheiden, ob die Folgerung

$$(a \vee d) \wedge (a \vee \neg b) \wedge (b \vee \neg c) \wedge (\neg a \vee c \vee d) \models (a \wedge b) \vee (\neg c \wedge d)$$

korrekt ist.

(1)	$\{a, d\}$		(2)	$\{a, \neg b\}$	
(3)	$\{b, \neg c\}$		(4)	$\{\neg a, c, d\}$	
(5)	$\{\neg a, \neg b\}$		(6)	$\{c, \neg d\}$	
(7)	$\{c, d\}$	(1) & (4)	(8)	$\{c\}$	(6) & (7)

Aufgabe 6 ($2 + 7 + 3 = 12$ Punkte)

b) Wenden Sie das Resolutionsverfahren an, um zu entscheiden, ob die Folgerung

$$(a \vee d) \wedge (a \vee \neg b) \wedge (b \vee \neg c) \wedge (\neg a \vee c \vee d) \models (a \wedge b) \vee (\neg c \wedge d)$$

korrekt ist.

(1)	$\{a, d\}$		(2)	$\{a, \neg b\}$	
(3)	$\{b, \neg c\}$		(4)	$\{\neg a, c, d\}$	
(5)	$\{\neg a, \neg b\}$		(6)	$\{c, \neg d\}$	
(7)	$\{c, d\}$	(1) & (4)	(8)	$\{c\}$	(6) & (7)
(9)	$\{a, \neg c\}$	(2) & (3)			

Aufgabe 6 ($2 + 7 + 3 = 12$ Punkte)

b) Wenden Sie das Resolutionsverfahren an, um zu entscheiden, ob die Folgerung

$$(a \vee d) \wedge (a \vee \neg b) \wedge (b \vee \neg c) \wedge (\neg a \vee c \vee d) \models (a \wedge b) \vee (\neg c \wedge d)$$

korrekt ist.

(1)	$\{a, d\}$		(2)	$\{a, \neg b\}$	
(3)	$\{b, \neg c\}$		(4)	$\{\neg a, c, d\}$	
(5)	$\{\neg a, \neg b\}$		(6)	$\{c, \neg d\}$	
(7)	$\{c, d\}$	(1) & (4)	(8)	$\{c\}$	(6) & (7)
(9)	$\{a, \neg c\}$	(2) & (3)	(10)	$\{a\}$	(8) & (9)

Aufgabe 6 (2 + 7 + 3 = 12 Punkte)

b) Wenden Sie das Resolutionsverfahren an, um zu entscheiden, ob die Folgerung

$$(a \vee d) \wedge (a \vee \neg b) \wedge (b \vee \neg c) \wedge (\neg a \vee c \vee d) \models (a \wedge b) \vee (\neg c \wedge d)$$

korrekt ist.

(1)	$\{a, d\}$		(2)	$\{a, \neg b\}$	
(3)	$\{b, \neg c\}$		(4)	$\{\neg a, c, d\}$	
(5)	$\{\neg a, \neg b\}$		(6)	$\{c, \neg d\}$	
(7)	$\{c, d\}$	(1) & (4)	(8)	$\{c\}$	(6) & (7)
(9)	$\{a, \neg c\}$	(2) & (3)	(10)	$\{a\}$	(8) & (9)
(11)	$\{b\}$	(8) & (3)			

Aufgabe 6 ($2 + 7 + 3 = 12$ Punkte)

b) Wenden Sie das Resolutionsverfahren an, um zu entscheiden, ob die Folgerung

$$(a \vee d) \wedge (a \vee \neg b) \wedge (b \vee \neg c) \wedge (\neg a \vee c \vee d) \models (a \wedge b) \vee (\neg c \wedge d)$$

korrekt ist.

(1)	$\{a, d\}$		(2)	$\{a, \neg b\}$	
(3)	$\{b, \neg c\}$		(4)	$\{\neg a, c, d\}$	
(5)	$\{\neg a, \neg b\}$		(6)	$\{c, \neg d\}$	
(7)	$\{c, d\}$	(1) & (4)	(8)	$\{c\}$	(6) & (7)
(9)	$\{a, \neg c\}$	(2) & (3)	(10)	$\{a\}$	(8) & (9)
(11)	$\{b\}$	(8) & (3)	(12)	$\{\neg a\}$	(5) & (11)

Aufgabe 6 (2 + 7 + 3 = 12 Punkte)

b) Wenden Sie das Resolutionsverfahren an, um zu entscheiden, ob die Folgerung

$$(a \vee d) \wedge (a \vee \neg b) \wedge (b \vee \neg c) \wedge (\neg a \vee c \vee d) \models (a \wedge b) \vee (\neg c \wedge d)$$

korrekt ist.

(1)	$\{a, d\}$		(2)	$\{a, \neg b\}$	
(3)	$\{b, \neg c\}$		(4)	$\{\neg a, c, d\}$	
(5)	$\{\neg a, \neg b\}$		(6)	$\{c, \neg d\}$	
(7)	$\{c, d\}$	(1) & (4)	(8)	$\{c\}$	(6) & (7)
(9)	$\{a, \neg c\}$	(2) & (3)	(10)	$\{a\}$	(8) & (9)
(11)	$\{b\}$	(8) & (3)	(12)	$\{\neg a\}$	(5) & (11)
(13)	$\varnothing$	(10) & (12)			

Aufgabe 6 ($2 + 7 + 3 = 12$ Punkte)

b) Wenden Sie das Resolutionsverfahren an, um zu entscheiden, ob die Folgerung

$$(a \vee d) \wedge (a \vee \neg b) \wedge (b \vee \neg c) \wedge (\neg a \vee c \vee d) \models (a \wedge b) \vee (\neg c \wedge d)$$

korrekt ist.

(1)	$\{a, d\}$		(2)	$\{a, \neg b\}$	
(3)	$\{b, \neg c\}$		(4)	$\{\neg a, c, d\}$	
(5)	$\{\neg a, \neg b\}$		(6)	$\{c, \neg d\}$	
(7)	$\{c, d\}$	(1) & (4)	(8)	$\{c\}$	(6) & (7)
(9)	$\{a, \neg c\}$	(2) & (3)	(10)	$\{a\}$	(8) & (9)
(11)	$\{b\}$	(8) & (3)	(12)	$\{\neg a\}$	(5) & (11)
(13)	$\varnothing$	(10) & (12)			

$\{\,(a \vee d), (a \vee \neg b), (b \vee \neg c), (\neg a \vee c \vee d), \neg((a \wedge b) \vee (\neg c \wedge d))\}$ ist unerfüllbar.

Aufgabe 6 (2 + 7 + 3 = 12 Punkte)

b) Wenden Sie das Resolutionsverfahren an, um zu entscheiden, ob die Folgerung

$$(a \vee d) \wedge (a \vee \neg b) \wedge (b \vee \neg c) \wedge (\neg a \vee c \vee d) \models (a \wedge b) \vee (\neg c \wedge d)$$

korrekt ist.

(1)	$\{a, d\}$		(2)	$\{a, \neg b\}$	
(3)	$\{b, \neg c\}$		(4)	$\{\neg a, c, d\}$	
(5)	$\{\neg a, \neg b\}$		(6)	$\{c, \neg d\}$	
(7)	$\{c, d\}$	(1) & (4)	(8)	$\{c\}$	(6) & (7)
(9)	$\{a, \neg c\}$	(2) & (3)	(10)	$\{a\}$	(8) & (9)
(11)	$\{b\}$	(8) & (3)	(12)	$\{\neg a\}$	(5) & (11)
(13)	$\emptyset$	(10) & (12)			

$\{\, (a \vee d), (a \vee \neg b), (b \vee \neg c), (\neg a \vee c \vee d), \neg((a \wedge b) \vee (\neg c \wedge d))\}$ ist unerfüllbar.
Also gilt $(a \wedge b) \vee (\neg c \wedge d)$ in allen Modellen von
$\{\, (a \vee d), (a \vee \neg b), (b \vee \neg c), (\neg a \vee c \vee d)\}$.

Aufgabe 6 ($2 + 7 + 3 = 12$ Punkte)

b) Wenden Sie das Resolutionsverfahren an, um zu entscheiden, ob die Folgerung

$$(a \vee d) \wedge (a \vee \neg b) \wedge (b \vee \neg c) \wedge (\neg a \vee c \vee d) \models (a \wedge b) \vee (\neg c \wedge d)$$

korrekt ist.

(1)	$\{a, d\}$		(2)	$\{a, \neg b\}$	
(3)	$\{b, \neg c\}$		(4)	$\{\neg a, c, d\}$	
(5)	$\{\neg a, \neg b\}$		(6)	$\{c, \neg d\}$	
(7)	$\{c, d\}$	(1) & (4)	(8)	$\{c\}$	(6) & (7)
(9)	$\{a, \neg c\}$	(2) & (3)	(10)	$\{a\}$	(8) & (9)
(11)	$\{b\}$	(8) & (3)	(12)	$\{\neg a\}$	(5) & (11)
(13)	$\emptyset$	(10) & (12)			

$\{(a \vee d), (a \vee \neg b), (b \vee \neg c), (\neg a \vee c \vee d), \neg((a \wedge b) \vee (\neg c \wedge d))\}$ ist unerfüllbar.
Also gilt $(a \wedge b) \vee (\neg c \wedge d)$ in allen Modellen von
$\{(a \vee d), (a \vee \neg b), (b \vee \neg c), (\neg a \vee c \vee d)\}$. Damit gilt die Behauptung.

Aufgabe 6 ($2 + 7 + 3 = 12$ Punkte)

c) Betrachten Sie Formeln in KNF, in denen jede Klausel maximal zwei Literale enthält. Welche Worst-Case-Laufzeit ergibt sich für das Resolutionsverfahren?

Aufgabe 6 ($2 + 7 + 3 = 12$ Punkte)

---

c) Betrachten Sie Formeln in KNF, in denen jede Klausel maximal zwei Literale enthält. Welche Worst-Case-Laufzeit ergibt sich für das Resolutionsverfahren?

Resolution ist in polynomieller Zeit möglich.

Aufgabe 6 ($2 + 7 + 3 = 12$ Punkte)

c) Betrachten Sie Formeln in KNF, in denen jede Klausel maximal zwei Literale enthält. Welche Worst-Case-Laufzeit ergibt sich für das Resolutionsverfahren?

Resolution ist in polynomieller Zeit möglich.

Je zwei Klauseln haben höchstens zwei Resolventen, die alle höchstens zwei Literale enthalten.

Aufgabe 6 ($2 + 7 + 3 = 12$ Punkte)

c) Betrachten Sie Formeln in KNF, in denen jede Klausel maximal zwei Literale enthält. Welche Worst-Case-Laufzeit ergibt sich für das Resolutionsverfahren?

Resolution ist in polynomieller Zeit möglich.

Je zwei Klauseln haben höchstens zwei Resolventen, die alle höchstens zwei Literale enthalten.
Sei n die Anzahl aller Literale in der gegebenen Formelmenge.

Aufgabe 6 ($2 + 7 + 3 = 12$ Punkte)

c) Betrachten Sie Formeln in KNF, in denen jede Klausel maximal zwei Literale enthält. Welche Worst-Case-Laufzeit ergibt sich für das Resolutionsverfahren?

Resolution ist in polynomieller Zeit möglich.

Je zwei Klauseln haben höchstens zwei Resolventen, die alle höchstens zwei Literale enthalten.
Sei n die Anzahl aller Literale in der gegebenen Formelmenge. Dann gibt es nur $\binom{n}{2}$ Zweier-Klauseln, n Einer-Klauseln und die Leere Klausel, die mit Hilfe aller Literale gebildet werden können.

Aufgabe 6 ($2 + 7 + 3 = 12$ Punkte)

c) Betrachten Sie Formeln in KNF, in denen jede Klausel maximal zwei Literale enthält. Welche Worst-Case-Laufzeit ergibt sich für das Resolutionsverfahren?

Resolution ist in polynomieller Zeit möglich.

Je zwei Klauseln haben höchstens zwei Resolventen, die alle höchstens zwei Literale enthalten.
Sei n die Anzahl aller Literale in der gegebenen Formelmenge. Dann gibt es nur $\binom{n}{2}$ Zweier-Klauseln, n Einer-Klauseln und die Leere Klausel, die mit Hilfe aller Literale gebildet werden können. Es ergibt sich als maximale Anzahl der Schritte:

Aufgabe 6 ($2 + 7 + 3 = 12$ Punkte)

c) Betrachten Sie Formeln in KNF, in denen jede Klausel maximal zwei Literale enthält. Welche Worst-Case-Laufzeit ergibt sich für das Resolutionsverfahren?

Resolution ist in polynomieller Zeit möglich.

Je zwei Klauseln haben höchstens zwei Resolventen, die alle höchstens zwei Literale enthalten.
Sei n die Anzahl aller Literale in der gegebenen Formelmenge. Dann gibt es nur $\binom{n}{2}$ Zweier-Klauseln, n Einer-Klauseln und die Leere Klausel, die mit Hilfe aller Literale gebildet werden können. Es ergibt sich als maximale Anzahl der Schritte:

$$\binom{n}{2} + n + 1 = \frac{n \cdot (n-1)}{2} + n + 1$$

Aufgabe 7 (3 + 2 + 2 = 7 Punkte)

Gegeben die TM $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_f\}, \{0, 1\}, \{0, 1, \sqcup\}, \delta, q_0, \{q_f\})$ mit δ:

$(q_0,$	$\sqcup,$	$\sqcup,$	$q_f,$	$N)$
$(q_0,$	$0,$	$\sqcup,$	$q_1,$	$R)$
$(q_0,$	$1,$	$\sqcup,$	$q_2,$	$R)$
$(q_1,$	$1,$	$1,$	$q_1,$	$R)$
$(q_1,$	$0,$	$0,$	$q_1,$	$R)$
$(q_1,$	$\sqcup,$	$\sqcup,$	$q_3,$	$L)$
$(q_2,$	$1,$	$1,$	$q_2,$	$R)$
$(q_2,$	$0,$	$0,$	$q_2,$	$R)$
$(q_2,$	$\sqcup,$	$\sqcup,$	$q_4,$	$L)$
$(q_3,$	$0,$	$\sqcup$	$q_5,$	$L)$
$(q_3,$	$\sqcup,$	$\sqcup$	$q_f,$	$N)$
$(q_4,$	$1,$	$\sqcup$	$q_5,$	$L)$
$(q_4,$	$\sqcup,$	$\sqcup$	$q_f,$	$N)$
$(q_5,$	$0,$	$0,$	$q_5,$	$L)$
$(q_5,$	$1,$	$1,$	$q_5,$	$L)$
$(q_5,$	$\sqcup,$	$\sqcup,$	$q_0,$	$R)$

a) Notieren Sie die Folge der Übergänge, die von $\mathcal{M}$ bei Eingabe von 101 vollzogen werden.

b) Ist $\mathcal{M}$ deterministisch? Begründen Sie Ihre Antwort.

c) Welche Sprache akzeptiert $\mathcal{M}$?

Aufgabe 7 (3 + 2 + 2 = 7 Punkte)

Gegeben die TM $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_f\}, \{0,1\}, \{0,1,\sqcup\}, \delta, q_0, \{q_f\})$ mit δ:

$(q_0,$	$\sqcup,$	$\sqcup,$	$q_f,$	$N)$
$(q_0,$	$0,$	$\sqcup,$	$q_1,$	$R)$
$(q_0,$	$1,$	$\sqcup,$	$q_2,$	$R)$
$(q_1,$	$1,$	$1,$	$q_1,$	$R)$
$(q_1,$	$0,$	$0,$	$q_1,$	$R)$
$(q_1,$	$\sqcup,$	$\sqcup,$	$q_3,$	$L)$
$(q_2,$	$1,$	$1,$	$q_2,$	$R)$
$(q_2,$	$0,$	$0,$	$q_2,$	$R)$
$(q_2,$	$\sqcup,$	$\sqcup,$	$q_4,$	$L)$
$(q_3,$	$0,$	$\sqcup$	$q_5,$	$L)$
$(q_3,$	$\sqcup,$	$\sqcup$	$q_f,$	$N)$
$(q_4,$	$1,$	$\sqcup$	$q_5,$	$L)$
$(q_4,$	$\sqcup,$	$\sqcup$	$q_f,$	$N)$
$(q_5,$	$0,$	$0,$	$q_5,$	$L)$
$(q_5,$	$1,$	$1,$	$q_5,$	$L)$
$(q_5,$	$\sqcup,$	$\sqcup,$	$q_0,$	$R)$

a) Notieren Sie die Folge der Übergänge, die von $\mathcal{M}$ bei Eingabe von 101 vollzogen werden.

$q_0 101$

Aufgabe 7 ($3 + 2 + 2 = 7$ Punkte)

Gegeben die TM $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_f\}, \{0, 1\}, \{0, 1, \sqcup\}, \delta, q_0, \{q_f\})$ mit δ:

$(q_0,$	$\sqcup,$	$\sqcup,$	$q_f,$	$N)$
$(q_0,$	$0,$	$\sqcup,$	$q_1,$	$R)$
$(q_0,$	$1,$	$\sqcup,$	$q_2,$	$R)$
$(q_1,$	$1,$	$1,$	$q_1,$	$R)$
$(q_1,$	$0,$	$0,$	$q_1,$	$R)$
$(q_1,$	$\sqcup,$	$\sqcup,$	$q_3,$	$L)$
$(q_2,$	$1,$	$1,$	$q_2,$	$R)$
$(q_2,$	$0,$	$0,$	$q_2,$	$R)$
$(q_2,$	$\sqcup,$	$\sqcup,$	$q_4,$	$L)$
$(q_3,$	$0,$	$\sqcup$	$q_5,$	$L)$
$(q_3,$	$\sqcup,$	$\sqcup$	$q_f,$	$N)$
$(q_4,$	$1,$	$\sqcup$	$q_5,$	$L)$
$(q_4,$	$\sqcup,$	$\sqcup$	$q_f,$	$N)$
$(q_5,$	$0,$	$0,$	$q_5,$	$L)$
$(q_5,$	$1,$	$1,$	$q_5,$	$L)$
$(q_5,$	$\sqcup,$	$\sqcup,$	$q_0,$	$R)$

a) Notieren Sie die Folge der Übergänge, die von $\mathcal{M}$ bei Eingabe von 101 vollzogen werden.

$q_0 101$

Aufgabe 7 (3 + 2 + 2 = 7 Punkte)

Gegeben die TM $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_f\}, \{0, 1\}, \{0, 1, \sqcup\}, \delta, q_0, \{q_f\})$ mit δ:

$(q_0,$	$\sqcup,$	$\sqcup,$	$q_f,$	$N)$
$(q_0,$	$0,$	$\sqcup,$	$q_1,$	$R)$
$(q_0,$	$1,$	$\sqcup,$	$q_2,$	$R)$
$(q_1,$	$1,$	$1,$	$q_1,$	$R)$
$(q_1,$	$0,$	$0,$	$q_1,$	$R)$
$(q_1,$	$\sqcup,$	$\sqcup,$	$q_3,$	$L)$
$(q_2,$	$1,$	$1,$	$q_2,$	$R)$
$(q_2,$	$0,$	$0,$	$q_2,$	$R)$
$(q_2,$	$\sqcup,$	$\sqcup,$	$q_4,$	$L)$
$(q_3,$	$0,$	$\sqcup$	$q_5,$	$L)$
$(q_3,$	$\sqcup,$	$\sqcup$	$q_f,$	$N)$
$(q_4,$	$1,$	$\sqcup$	$q_5,$	$L)$
$(q_4,$	$\sqcup,$	$\sqcup$	$q_f,$	$N)$
$(q_5,$	$0,$	$0,$	$q_5,$	$L)$
$(q_5,$	$1,$	$1,$	$q_5,$	$L)$
$(q_5,$	$\sqcup,$	$\sqcup,$	$q_0,$	$R)$

a) Notieren Sie die Folge der Übergänge, die von $\mathcal{M}$ bei Eingabe von 101 vollzogen werden.

$q_0 101 \vdash {\sqcup} q_2 01$

Aufgabe 7 ($3 + 2 + 2 = 7$ Punkte)

Gegeben die TM $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_f\}, \{0, 1\}, \{0, 1, \sqcup\}, \delta, q_0, \{q_f\})$ mit δ:

$(q_0,$	$\sqcup,$	$\sqcup,$	$q_f,$	$N)$
$(q_0,$	$0,$	$\sqcup,$	$q_1,$	$R)$
$(q_0,$	$1,$	$\sqcup,$	$q_2,$	$R)$
$(q_1,$	$1,$	$1,$	$q_1,$	$R)$
$(q_1,$	$0,$	$0,$	$q_1,$	$R)$
$(q_1,$	$\sqcup,$	$\sqcup,$	$q_3,$	$L)$
$(q_2,$	$1,$	$1,$	$q_2,$	$R)$
$(q_2,$	$0,$	$0,$	$q_2,$	$R)$
$(q_2,$	$\sqcup,$	$\sqcup,$	$q_4,$	$L)$
$(q_3,$	$0,$	$\sqcup$	$q_5,$	$L)$
$(q_3,$	$\sqcup,$	$\sqcup$	$q_f,$	$N)$
$(q_4,$	$1,$	$\sqcup$	$q_5,$	$L)$
$(q_4,$	$\sqcup,$	$\sqcup$	$q_f,$	$N)$
$(q_5,$	$0,$	$0,$	$q_5,$	$L)$
$(q_5,$	$1,$	$1,$	$q_5,$	$L)$
$(q_5,$	$\sqcup,$	$\sqcup,$	$q_0,$	$R)$

a) Notieren Sie die Folge der Übergänge, die von $\mathcal{M}$ bei Eingabe von 101 vollzogen werden.

$q_0 101 \vdash \sqcup q_2 01 \vdash \sqcup 0 q_2 1$

Aufgabe 7 ($3 + 2 + 2 = 7$ Punkte)

Gegeben die TM $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_f\}, \{0, 1\}, \{0, 1, \sqcup\}, \delta, q_0, \{q_f\})$ mit δ:

$(q_0,$	$\sqcup,$	$\sqcup,$	$q_f,$	$N)$
$(q_0,$	$0,$	$\sqcup,$	$q_1,$	$R)$
$(q_0,$	$1,$	$\sqcup,$	$q_2,$	$R)$
$(q_1,$	$1,$	$1,$	$q_1,$	$R)$
$(q_1,$	$0,$	$0,$	$q_1,$	$R)$
$(q_1,$	$\sqcup,$	$\sqcup,$	$q_3,$	$L)$
$(q_2,$	$1,$	$1,$	$q_2,$	$R)$
$(q_2,$	$0,$	$0,$	$q_2,$	$R)$
$(q_2,$	$\sqcup,$	$\sqcup,$	$q_4,$	$L)$
$(q_3,$	$0,$	$\sqcup$	$q_5,$	$L)$
$(q_3,$	$\sqcup,$	$\sqcup$	$q_f,$	$N)$
$(q_4,$	$1,$	$\sqcup$	$q_5,$	$L)$
$(q_4,$	$\sqcup,$	$\sqcup$	$q_f,$	$N)$
$(q_5,$	$0,$	$0,$	$q_5,$	$L)$
$(q_5,$	$1,$	$1,$	$q_5,$	$L)$
$(q_5,$	$\sqcup,$	$\sqcup,$	$q_0,$	$R)$

a) Notieren Sie die Folge der Übergänge, die von $\mathcal{M}$ bei Eingabe von 101 vollzogen werden.

$q_0 101 \vdash \sqcup q_2 01 \vdash \sqcup 0 q_2 1 \vdash \sqcup 01 q_2 \sqcup$

Aufgabe 7 (3 + 2 + 2 = 7 Punkte)

Gegeben die TM $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_f\}, \{0, 1\}, \{0, 1, \sqcup\}, \delta, q_0, \{q_f\})$ mit δ:

$(q_0,$	$\sqcup,$	$\sqcup,$	$q_f,$	$N)$
$(q_0,$	$0,$	$\sqcup,$	$q_1,$	$R)$
$(q_0,$	$1,$	$\sqcup,$	$q_2,$	$R)$
$(q_1,$	$1,$	$1,$	$q_1,$	$R)$
$(q_1,$	$0,$	$0,$	$q_1,$	$R)$
$(q_1,$	$\sqcup,$	$\sqcup,$	$q_3,$	$L)$
$(q_2,$	$1,$	$1,$	$q_2,$	$R)$
$(q_2,$	$0,$	$0,$	$q_2,$	$R)$
$(q_2,$	$\sqcup,$	$\sqcup,$	$q_4,$	$L)$
$(q_3,$	$0,$	$\sqcup$	$q_5,$	$L)$
$(q_3,$	$\sqcup,$	$\sqcup$	$q_f,$	$N)$
$(q_4,$	$1,$	$\sqcup$	$q_5,$	$L)$
$(q_4,$	$\sqcup,$	$\sqcup$	$q_f,$	$N)$
$(q_5,$	$0,$	$0,$	$q_5,$	$L)$
$(q_5,$	$1,$	$1,$	$q_5,$	$L)$
$(q_5,$	$\sqcup,$	$\sqcup,$	$q_0,$	$R)$

a) Notieren Sie die Folge der Übergänge, die von $\mathcal{M}$ bei Eingabe von 101 vollzogen werden.

$q_0 101 \vdash {\sqcup} q_2 01 \vdash {\sqcup} 0 q_2 1 \vdash {\sqcup} 01 q_2 {\sqcup} \vdash {\sqcup} 0 q_4 1 {\sqcup}$

Aufgabe 7 ($3 + 2 + 2 = 7$ Punkte)

Gegeben die TM $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_f\}, \{0, 1\}, \{0, 1, \sqcup\}, \delta, q_0, \{q_f\})$ mit δ:

$(q_0,$	$\sqcup,$	$\sqcup,$	$q_f,$	$N)$
$(q_0,$	$0,$	$\sqcup,$	$q_1,$	$R)$
$(q_0,$	$1,$	$\sqcup,$	$q_2,$	$R)$
$(q_1,$	$1,$	$1,$	$q_1,$	$R)$
$(q_1,$	$0,$	$0,$	$q_1,$	$R)$
$(q_1,$	$\sqcup,$	$\sqcup,$	$q_3,$	$L)$
$(q_2,$	$1,$	$1,$	$q_2,$	$R)$
$(q_2,$	$0,$	$0,$	$q_2,$	$R)$
$(q_2,$	$\sqcup,$	$\sqcup,$	$q_4,$	$L)$
$(q_3,$	$0,$	$\sqcup$	$q_5,$	$L)$
$(q_3,$	$\sqcup,$	$\sqcup$	$q_f,$	$N)$
$(q_4,$	$1,$	$\sqcup$	$q_5,$	$L)$
$(q_4,$	$\sqcup,$	$\sqcup$	$q_f,$	$N)$
$(q_5,$	$0,$	$0,$	$q_5,$	$L)$
$(q_5,$	$1,$	$1,$	$q_5,$	$L)$
$(q_5,$	$\sqcup,$	$\sqcup,$	$q_0,$	$R)$

a) Notieren Sie die Folge der Übergänge, die von $\mathcal{M}$ bei Eingabe von 101 vollzogen werden.

$q_0 101 \vdash \sqcup q_2 01 \vdash \sqcup 0 q_2 1 \vdash \sqcup 01 q_2 \sqcup \vdash \sqcup 0 q_4 1 \sqcup$
$\vdash \sqcup q_5 0 \sqcup\sqcup$

Aufgabe 7 ($3 + 2 + 2 = 7$ Punkte)

Gegeben die TM $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_f\}, \{0, 1\}, \{0, 1, \sqcup\}, \delta, q_0, \{q_f\})$ mit δ:

$(q_0,$	$\sqcup,$	$\sqcup,$	$q_f,$	$N)$
$(q_0,$	$0,$	$\sqcup,$	$q_1,$	$R)$
$(q_0,$	$1,$	$\sqcup,$	$q_2,$	$R)$
$(q_1,$	$1,$	$1,$	$q_1,$	$R)$
$(q_1,$	$0,$	$0,$	$q_1,$	$R)$
$(q_1,$	$\sqcup,$	$\sqcup,$	$q_3,$	$L)$
$(q_2,$	$1,$	$1,$	$q_2,$	$R)$
$(q_2,$	$0,$	$0,$	$q_2,$	$R)$
$(q_2,$	$\sqcup,$	$\sqcup,$	$q_4,$	$L)$
$(q_3,$	$0,$	$\sqcup$	$q_5,$	$L)$
$(q_3,$	$\sqcup,$	$\sqcup$	$q_f,$	$N)$
$(q_4,$	$1,$	$\sqcup$	$q_5,$	$L)$
$(q_4,$	$\sqcup,$	$\sqcup$	$q_f,$	$N)$
$(q_5,$	$0,$	$0,$	$q_5,$	$L)$
$(q_5,$	$1,$	$1,$	$q_5,$	$L)$
$(q_5,$	$\sqcup,$	$\sqcup,$	$q_0,$	$R)$

a) Notieren Sie die Folge der Übergänge, die von $\mathcal{M}$ bei Eingabe von 101 vollzogen werden.

$q_0 101 \vdash \sqcup q_2 01 \vdash \sqcup 0 q_2 1 \vdash \sqcup 01 q_2 \sqcup \vdash \sqcup 0 q_4 1 \sqcup$
$\vdash \sqcup q_5 0 \sqcup\sqcup \vdash q_5 \sqcup 0 \sqcup\sqcup$

Aufgabe 7 ($3 + 2 + 2 = 7$ Punkte)

Gegeben die TM $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_f\}, \{0, 1\}, \{0, 1, \sqcup\}, \delta, q_0, \{q_f\})$ mit δ:

$(q_0,$	$\sqcup,$	$\sqcup,$	$q_f,$	$N)$
$(q_0,$	$0,$	$\sqcup,$	$q_1,$	$R)$
$(q_0,$	$1,$	$\sqcup,$	$q_2,$	$R)$
$(q_1,$	$1,$	$1,$	$q_1,$	$R)$
$(q_1,$	$0,$	$0,$	$q_1,$	$R)$
$(q_1,$	$\sqcup,$	$\sqcup,$	$q_3,$	$L)$
$(q_2,$	$1,$	$1,$	$q_2,$	$R)$
$(q_2,$	$0,$	$0,$	$q_2,$	$R)$
$(q_2,$	$\sqcup,$	$\sqcup,$	$q_4,$	$L)$
$(q_3,$	$0,$	$\sqcup$	$q_5,$	$L)$
$(q_3,$	$\sqcup,$	$\sqcup$	$q_f,$	$N)$
$(q_4,$	$1,$	$\sqcup$	$q_5,$	$L)$
$(q_4,$	$\sqcup,$	$\sqcup$	$q_f,$	$N)$
$(q_5,$	$0,$	$0,$	$q_5,$	$L)$
$(q_5,$	$1,$	$1,$	$q_5,$	$L)$
$(q_5,$	$\sqcup,$	$\sqcup,$	$q_0,$	$R)$

a) Notieren Sie die Folge der Übergänge, die von $\mathcal{M}$ bei Eingabe von 101 vollzogen werden.

$q_0 101 \vdash \sqcup q_2 01 \vdash \sqcup 0 q_2 1 \vdash \sqcup 01 q_2 \sqcup \vdash \sqcup 0 q_4 1 \sqcup$
$\vdash \sqcup q_5 0 \sqcup\sqcup \vdash q_5 \sqcup 0 \sqcup\sqcup \vdash \sqcup q_0 0 \sqcup\sqcup$

Aufgabe 7 (3 + 2 + 2 = 7 Punkte)

Gegeben die TM $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_f\}, \{0,1\}, \{0,1,\sqcup\}, \delta, q_0, \{q_f\})$ mit δ:

$(q_0,$	$\sqcup,$	$\sqcup,$	$q_f,$	$N)$
$(q_0,$	$0,$	$\sqcup,$	$q_1,$	$R)$
$(q_0,$	$1,$	$\sqcup,$	$q_2,$	$R)$
$(q_1,$	$1,$	$1,$	$q_1,$	$R)$
$(q_1,$	$0,$	$0,$	$q_1,$	$R)$
$(q_1,$	$\sqcup,$	$\sqcup,$	$q_3,$	$L)$
$(q_2,$	$1,$	$1,$	$q_2,$	$R)$
$(q_2,$	$0,$	$0,$	$q_2,$	$R)$
$(q_2,$	$\sqcup,$	$\sqcup,$	$q_4,$	$L)$
$(q_3,$	$0,$	$\sqcup$	$q_5,$	$L)$
$(q_3,$	$\sqcup,$	$\sqcup$	$q_f,$	$N)$
$(q_4,$	$1,$	$\sqcup$	$q_5,$	$L)$
$(q_4,$	$\sqcup,$	$\sqcup$	$q_f,$	$N)$
$(q_5,$	$0,$	$0,$	$q_5,$	$L)$
$(q_5,$	$1,$	$1,$	$q_5,$	$L)$
$(q_5,$	$\sqcup,$	$\sqcup,$	$q_0,$	$R)$

a) Notieren Sie die Folge der Übergänge, die von $\mathcal{M}$ bei Eingabe von 101 vollzogen werden.

$q_0 101 \vdash \sqcup q_2 01 \vdash \sqcup 0 q_2 1 \vdash \sqcup 01 q_2 \sqcup \vdash \sqcup 0 q_4 1 \sqcup$
$\vdash \sqcup q_5 0 \sqcup\sqcup \vdash q_5 \sqcup 0 \sqcup\sqcup \vdash \sqcup q_0 0 \sqcup\sqcup \vdash \sqcup\sqcup q_1 \sqcup\sqcup$

Aufgabe 7 (3 + 2 + 2 = 7 Punkte)

Gegeben die TM $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_f\}, \{0, 1\}, \{0, 1, \sqcup\}, \delta, q_0, \{q_f\})$ mit δ:

$(q_0,$	$\sqcup,$	$\sqcup,$	$q_f,$	$N)$
$(q_0,$	$0,$	$\sqcup,$	$q_1,$	$R)$
$(q_0,$	$1,$	$\sqcup,$	$q_2,$	$R)$
$(q_1,$	$1,$	$1,$	$q_1,$	$R)$
$(q_1,$	$0,$	$0,$	$q_1,$	$R)$
$(q_1,$	$\sqcup,$	$\sqcup,$	$q_3,$	$L)$
$(q_2,$	$1,$	$1,$	$q_2,$	$R)$
$(q_2,$	$0,$	$0,$	$q_2,$	$R)$
$(q_2,$	$\sqcup,$	$\sqcup,$	$q_4,$	$L)$
$(q_3,$	$0,$	$\sqcup$	$q_5,$	$L)$
$(q_3,$	$\sqcup,$	$\sqcup$	$q_f,$	$N)$
$(q_4,$	$1,$	$\sqcup$	$q_5,$	$L)$
$(q_4,$	$\sqcup,$	$\sqcup$	$q_f,$	$N)$
$(q_5,$	$0,$	$0,$	$q_5,$	$L)$
$(q_5,$	$1,$	$1,$	$q_5,$	$L)$
$(q_5,$	$\sqcup,$	$\sqcup,$	$q_0,$	$R)$

a) Notieren Sie die Folge der Übergänge, die von $\mathcal{M}$ bei Eingabe von 101 vollzogen werden.

$q_0 101 \vdash \sqcup q_2 01 \vdash \sqcup 0 q_2 1 \vdash \sqcup 01 q_2 \sqcup \vdash \sqcup 0 q_4 1 \sqcup$
$\vdash \sqcup q_5 0 \sqcup\sqcup \vdash q_5 \sqcup 0 \sqcup\sqcup \vdash \sqcup q_0 0 \sqcup\sqcup \vdash \sqcup\sqcup q_1 \sqcup\sqcup \vdash$
$\sqcup q_3 \sqcup\sqcup\sqcup$

Aufgabe 7 (3 + 2 + 2 = 7 Punkte)

Gegeben die TM $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_f\}, \{0, 1\}, \{0, 1, \sqcup\}, \delta, q_0, \{q_f\})$ mit δ:

$(q_0,$	$\sqcup,$	$\sqcup,$	$q_f,$	$N)$
$(q_0,$	$0,$	$\sqcup,$	$q_1,$	$R)$
$(q_0,$	$1,$	$\sqcup,$	$q_2,$	$R)$
$(q_1,$	$1,$	$1,$	$q_1,$	$R)$
$(q_1,$	$0,$	$0,$	$q_1,$	$R)$
$(q_1,$	$\sqcup,$	$\sqcup,$	$q_3,$	$L)$
$(q_2,$	$1,$	$1,$	$q_2,$	$R)$
$(q_2,$	$0,$	$0,$	$q_2,$	$R)$
$(q_2,$	$\sqcup,$	$\sqcup,$	$q_4,$	$L)$
$(q_3,$	$0,$	$\sqcup$	$q_5,$	$L)$
$(q_3,$	$\sqcup,$	$\sqcup$	$q_f,$	$N)$
$(q_4,$	$1,$	$\sqcup$	$q_5,$	$L)$
$(q_4,$	$\sqcup,$	$\sqcup$	$q_f,$	$N)$
$(q_5,$	$0,$	$0,$	$q_5,$	$L)$
$(q_5,$	$1,$	$1,$	$q_5,$	$L)$
$(q_5,$	$\sqcup,$	$\sqcup,$	$q_0,$	$R)$

a) Notieren Sie die Folge der Übergänge, die von $\mathcal{M}$ bei Eingabe von 101 vollzogen werden.

$q_0 101 \vdash \sqcup q_2 01 \vdash \sqcup 0 q_2 1 \vdash \sqcup 01 q_2 \sqcup \vdash \sqcup 0 q_4 1 \sqcup \vdash \sqcup q_5 0 \sqcup\sqcup \vdash q_5 \sqcup 0 \sqcup\sqcup \vdash \sqcup q_0 0 \sqcup\sqcup \vdash \sqcup\sqcup q_1 \sqcup\sqcup \vdash \sqcup q_3 \sqcup\sqcup\sqcup \vdash \sqcup q_f \sqcup\sqcup\sqcup$

Aufgabe 7 ($3 + 2 + 2 = 7$ Punkte)

Gegeben die TM $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_f\}, \{0, 1\}, \{0, 1, \sqcup\}, \delta, q_0, \{q_f\})$ mit δ:

$(q_0,$	$\sqcup,$	$\sqcup,$	$q_f,$	$N)$
$(q_0,$	$0,$	$\sqcup,$	$q_1,$	$R)$
$(q_0,$	$1,$	$\sqcup,$	$q_2,$	$R)$
$(q_1,$	$1,$	$1,$	$q_1,$	$R)$
$(q_1,$	$0,$	$0,$	$q_1,$	$R)$
$(q_1,$	$\sqcup,$	$\sqcup,$	$q_3,$	$L)$
$(q_2,$	$1,$	$1,$	$q_2,$	$R)$
$(q_2,$	$0,$	$0,$	$q_2,$	$R)$
$(q_2,$	$\sqcup,$	$\sqcup,$	$q_4,$	$L)$
$(q_3,$	$0,$	$\sqcup$	$q_5,$	$L)$
$(q_3,$	$\sqcup,$	$\sqcup$	$q_f,$	$N)$
$(q_4,$	$1,$	$\sqcup$	$q_5,$	$L)$
$(q_4,$	$\sqcup,$	$\sqcup$	$q_f,$	$N)$
$(q_5,$	$0,$	$0,$	$q_5,$	$L)$
$(q_5,$	$1,$	$1,$	$q_5,$	$L)$
$(q_5,$	$\sqcup,$	$\sqcup,$	$q_0,$	$R)$

b) Ist $\mathcal{M}$ deterministisch? Begründen Sie Ihre Antwort.

Die Turingmaschine ist deterministisch.

Die Funktion δ bildet jedes $(q_i, \gamma_i) \in Q \times \Gamma$ auf höstens ein $(q_j, \gamma_j, X) \in Q \times \Gamma \times \{L, R, N\}$ ab.

Aufgabe 7 (3 + 2 + 2 = 7 Punkte)

Gegeben die TM $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_f\}, \{0, 1\}, \{0, 1, \sqcup\}, \delta, q_0, \{q_f\})$ mit δ:

$(q_0,$	$\sqcup,$	$\sqcup,$	$q_f,$	$N)$
$(q_0,$	$0,$	$\sqcup,$	$q_1,$	$R)$
$(q_0,$	$1,$	$\sqcup,$	$q_2,$	$R)$
$(q_1,$	$1,$	$1,$	$q_1,$	$R)$
$(q_1,$	$0,$	$0,$	$q_1,$	$R)$
$(q_1,$	$\sqcup,$	$\sqcup,$	$q_3,$	$L)$
$(q_2,$	$1,$	$1,$	$q_2,$	$R)$
$(q_2,$	$0,$	$0,$	$q_2,$	$R)$
$(q_2,$	$\sqcup,$	$\sqcup,$	$q_4,$	$L)$
$(q_3,$	$0,$	$\sqcup$	$q_5,$	$L)$
$(q_3,$	$\sqcup,$	$\sqcup$	$q_f,$	$N)$
$(q_4,$	$1,$	$\sqcup$	$q_5,$	$L)$
$(q_4,$	$\sqcup,$	$\sqcup$	$q_f,$	$N)$
$(q_5,$	$0,$	$0,$	$q_5,$	$L)$
$(q_5,$	$1,$	$1,$	$q_5,$	$L)$
$(q_5,$	$\sqcup,$	$\sqcup,$	$q_0,$	$R)$

c) Welche Sprache akzeptiert $\mathcal{M}$?

Die Turingmaschine akzeptiert die Sprache der Palindrome.
$L_M = \{w \mid w = w^R\}$

Aufgabe 8 (6 Punkte)

Sei $\Sigma = \{a, b, c\}$ und $L_1 = \{w \in \Sigma^* \mid |w|_a = |w|_b \text{ oder } |w|_b = |w|_c\}$.
Betrachten Sie den folgenden Beweisversuch:

Behauptung: Die Sprache L_1 ist nicht deterministisch kontextfrei.
Beweis:

a) Angenommen, L_1 wäre deterministisch kontextfrei.
b) Wir definieren $L_2 = \{a\}^* \circ \{b\}^* \circ \{c\}^*$. L_2 ist von Chomsky-Typ $\boxed{}$.
c) Da deterministisch kontextfreie Sprachen unter Schnitt mit $\boxed{}$ abgeschlossen sind, ist der Schnitt $L_3 = L_1 \cap L_2$ deterministisch kontextfrei.
d) Wir betrachten nun diesen Schnitt $L_3 = \boxed{}$.
e) Bekanntermaßen ist aber L_3 nicht deterministisch kontextfrei.
f) Widerspruch. Also ist L_1 nicht deterministisch kontextfrei. $\square$

Füllen Sie die Kästchen. Begründen Sie, warum L_3 nicht deterministisch kontextfrei ist.

Aufgabe 8 (6 Punkte)

Sei $\Sigma = \{a, b, c\}$ und $L_1 = \{w \in \Sigma^* \mid |w|_a = |w|_b \text{ oder } |w|_b = |w|_c\}$.
Betrachten Sie den folgenden Beweisversuch:

Behauptung: Die Sprache L_1 ist nicht deterministisch kontextfrei.
Beweis:

a) Angenommen, L_1 wäre deterministisch kontextfrei.

b) Wir definieren $L_2 = \{a\}^* \circ \{b\}^* \circ \{c\}^*$. L_2 ist von Chomsky-Typ 3.

c) Da deterministisch kontextfreie Sprachen unter Schnitt mit regulären Sprachen abgeschlossen sind, ist der Schnitt $L_3 = L_1 \cap L_2$ deterministisch kontextfrei.

d) Wir betrachten nun diesen Schnitt $L_3 = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \geq 0 \text{ mit } i = j \text{ oder } j = k\}$.

e) Bekanntermaßen ist aber L_3 nicht deterministisch kontextfrei.

f) Widerspruch. Also ist L_1 nicht deterministisch kontextfrei. □

Füllen Sie die Kästchen. Begründen Sie, warum L_3 nicht deterministisch kontextfrei ist.
→ Gilt laut Vorlesung.