



Formale Systeme

8. Übungsblatt

Wintersemester 2016/17

Hinweis

Die Aufgaben *) und **) dienen der Selbstkontrolle und werden in der Übung nicht besprochen.

*) Gegeben sind die Grammatiken G_1 und G_2 .

- $G_1 = (V, \Sigma, P, S)$ mit $V = \{S, T\}$, $\Sigma = \{a, b\}$ und
 $P = \{S \rightarrow aT, S \rightarrow \varepsilon, T \rightarrow Sb\}$

- $G_2 = (V, \Sigma, P, S)$ mit $V = \{S, A, B\}$, $\Sigma = \{a, b\}$ und
 $P = \{S \rightarrow A, S \rightarrow \varepsilon, A \rightarrow ab, A \rightarrow aBb, aB \rightarrow aaBb, aB \rightarrow a\}$

Geben Sie für jede Grammatik $G \in \{G_1, G_2\}$ jeweils

- a) das maximale i an, sodass G eine Typ- i Grammatik ist und
- b) das maximale j an, sodass $L(G)$ eine Typ- j Sprache ist.

Begründen Sie Ihre Antwort.

**) Um mithilfe des Pumping-Lemmas zu zeigen, dass eine Sprache L nicht regulär ist, zeigt man, dass für sie die Aussage des Pumping-Lemmas nicht gilt. Zeigen Sie, dass die Sprache $L = \{a^i b a^i b \mid i \geq 1\}$ nicht regulär ist.

Aufgabe 1

Betrachten Sie die Grammatik

$$G_0 = (\{S, T, U, V, R\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow \varepsilon, S \rightarrow aSb, S \rightarrow T, S \rightarrow R, T \rightarrow bbT, T \rightarrow U, U \rightarrow aaU, U \rightarrow bbT, V \rightarrow bSa, R \rightarrow \varepsilon, R \rightarrow bSa\}, S).$$

- a) Konstruieren Sie eine Grammatik G_1 , die keine Regeln der Form $A \rightarrow \varepsilon$ für $A \in V$ enthält. Erweitern Sie dazu, wenn nötig, die Grammatik G_0 um ein neues Startsymbol S' und entsprechende Regeln.
- b) Geben Sie zu G_1 eine äquivalente Grammatik G_2 an, die keine Produktionen der Form $A \rightarrow B$ mit Nichtterminalsymbolen A, B enthält.
- c) Geben Sie zu G_2 eine äquivalente Grammatik G_3 in Chomsky-Normalform an.

Aufgabe 2

Gegeben ist folgende Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ mit

$V = \{S, X, M, A, B\}$, $\Sigma = \{a, b\}$ und

$P = \{S \rightarrow \varepsilon, S \rightarrow AX, S \rightarrow AB, X \rightarrow MB, M \rightarrow AB, M \rightarrow AX, A \rightarrow a, B \rightarrow a, B \rightarrow b\}$.

Verwenden Sie den CYK-Algorithmus (mit der Matrix-Notation aus der Vorlesung), um für die folgenden Wörter w_i zu entscheiden, ob $w_i \in L(G)$ ist.

- a) $w_1 = aaabba$
- b) $w_2 = aabbaa$

Aufgabe 3

Welche der folgenden Sprachen L_i ist kontextfrei? Zur Begründung Ihrer Antwort sollten Sie das Pumping-Lemma für kontextfreie Sprachen verwenden oder eine entsprechende kontextfreie Grammatik angeben.

- a) $L_1 = \{a^n b^n c^n d^n \in \{a, b, c, d\}^* \mid n \geq 0\}$
- b) $L_2 = \{a^m b^n c^p d^q \in \{a, b, c, d\}^* \mid m, n, p, q \geq 1 \text{ und } m + n = p + q\}$

Aufgabe 4

Geben Sie für jede der folgenden Aussagen an, ob sie wahr ist oder nicht und begründen Sie Ihre Antwort.

- a) Wenn L_1 und L_2 Typ-2 Sprachen sind und $L = L_1 \cup L_2$, dann ist L auch eine Typ-2 Sprache.
- b) Wenn L eine Typ-2 Sprache ist und $L = L_1 \cup L_2$, dann sind L_1 und L_2 auch Typ-2 Sprachen.
- c) Wenn L_1 und L_2 Typ-2 Sprachen sind und $L = L_1 \cap L_2$, dann ist L auch eine Typ-2 Sprache.