Formale Systeme

5. Übungsblatt

Wintersemester 2017/18

S9) Gegeben sind die folgenden Grammatiken G_i mit $1 \le i \le 4$:

$$G_1 = (\{S\}, \{a,b\}, \{S \to aS, S \to Sb, S \to a\}, S)$$

$$G_2 = (\{S\}, \{a,b\}, \{S \to aS, S \to SbS, S \to a\}, S)$$

$$G_3 = (\{S,B\}, \{a,b\}, \{S \to \varepsilon, S \to aSb, aS \to aB, B \to bB, B \to b\}, S)$$

$$G_4 = (\{S,A\}, \{a,b\}, \{S \to a, A \to b\}, S)$$

Geben Sie für jede Grammatik G_i den maximalen Chomsky-Typ j an. Begründen Sie Ihre Antwort.

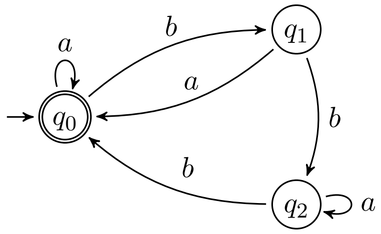
S10) Welche der folgenden Aussagen sind wahr? Begründen Sie Ihre Antwort.

a) Für den regulären Ausdruck $\alpha = (b(ab \mid b)^*)^*(a \mid b)^*a$ gilt: $aba \in L(\alpha)$.

b) Für die Grammatik $G = (\{S,X,Y,Z\}, \{a,b\}, \{S \to Y,\ X \to b,\ Y \to aYYb,\ aY \to aZ,\ ZY \to ZX,\ Z \to a\}, S)$ gilt: $aabb \in L(G)$.

Aufgabe 1

Gegeben ist der DFA $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a,b\}, \delta, q_0, \{q_0\})$ mit δ:

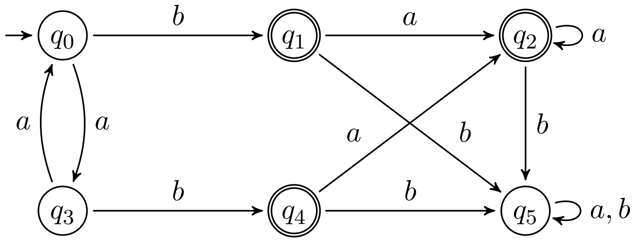


Geben Sie einen regulären Ausdruck α an, der die von $\mathcal{M}$ akzeptierte Sprache repräsentiert, d. h. es gilt $L(\alpha) = L(\mathcal{M})$.

Hinweis: Zur Lösung können Sie die Ersetzungsmethode (vgl. Vorlesung) verwenden: geben Sie hierzu für jeden Zustand q_i des Automaten eine Gleichung $\alpha_i = \ldots$ an. Lösen Sie anschließend das Gleichungssystem mithilfe des *Arden-Lemmas*.

Aufgabe 2

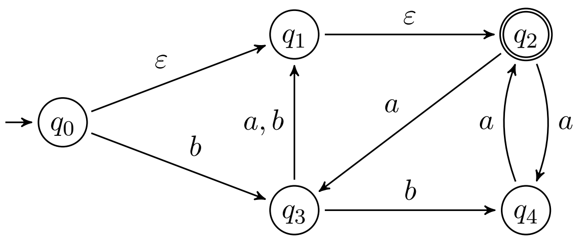
Berechnen Sie für folgenden DFA $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}, \{a, b\}, \delta, q_0, \{q_1, q_2, q_4\})$ mit δ:



die Äquivalenzrelation $\sim_{\mathcal{M}}$, und geben Sie den Quotientenautomaten $\mathcal{M}/_\sim$ an.

Aufgabe 3

Gegeben ist der ε-NFA $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}, \{a, b\}, \Delta, \{q_0\}, \{q_2\})$ mit Δ:



a) Konstruieren Sie einen zu $\mathcal{M}$ äquivalenten DFA $\mathcal{M}'$.

b) Geben Sie den zu $\mathcal{M}'$ reduzierten DFA $\mathcal{M}'_r$ an.

Aufgabe 4

Gegeben ist der reguläre Ausdruck $\alpha = (bb)^* a$.

a) Geben Sie für α die *Nerode*-Rechtskongruenz $\simeq_{L(\alpha)}$ an.

b) Geben Sie einen minimalen DFA $\mathcal{M}$ an mit $L(\mathcal{M}) = L(\alpha)$.

Aufgabe 5

Beweisen Sie Lemma ♥ aus Vorlesung 8:

Sei $\mathcal{M} = \langle Q, \Sigma, \delta, q_0, F \rangle$ ein totaler DFA und $\mathcal{M}/_\sim = \langle Q/_\sim, \Sigma, \delta_\sim, [q_0]_\sim, F/_\sim \rangle$ der zugehörige Quotientenautomat. Dann gilt für beliebige $q \in Q$ und $w \in \Sigma^*$:

$$[\delta(q, w)]_\sim = \delta_\sim([q]_\sim, w).$$

Hinweis: Induktion über $|w|$.