TECHNISCHE UNIVERSITÄT DRESDEN

Fakultät Informatik Institut für Theoretische Informatik, Wissensbasierte Systeme

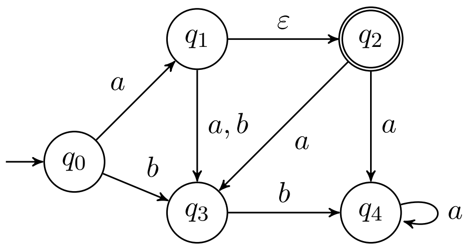
Formale Systeme

3. Übungsblatt

Wintersemester 2020/21

Aufgabe zur Selbstkontrolle (diese wird nur auf konkrete Nachfrage in den Übungen besprochen)

S5) Es sei der ε-NFA $\mathcal{M} = (\{q_0, \ldots, q_4\}, \{a, b\}, \delta, \{q_0\}, \{q_2\})$ gegeben mit δ wie unten graphisch dargestellt:



Konstruieren Sie einen zu $\mathcal{M}$ äquivalenten DFA $\mathcal{M}'$.

S6) Es sei $\Sigma = \{a, b, c\}$. Geben Sie NFAs $\mathcal{M}_1$, $\mathcal{M}_2$ an mit

(a) $L(\mathcal{M}_1) = \{w \in \Sigma^* \mid (|w|_a$ ist ungerade und $|w|_b$ ist gerade) oder (es gibt $u, v \in \Sigma^*$ mit $w = ucccv)\}$

(b) $L(\mathcal{M}_2) = \{w \in \Sigma^* \mid$ (es gibt $u, v \in \Sigma^*$ mit $w = ubabcv$) und (es gibt $u, v \in \Sigma^*$ mit $w = ucccv$) und (es gibt kein $u \in \Sigma^*$ mit $w = au)\}$

Aufgabe 1

Zeigen Sie konstruktiv, dass

- für jeden NFA $\mathcal{M}$ mit mehreren Startzuständen ein äquivalenter NFA $\mathcal{M}'$ mit nur einem Startzustand existiert bzw.
- für jeden NFA $\mathcal{M}$ mit mehreren Finalzuständen ein äquivalenter NFA $\mathcal{M}'$ mit nur einem Finalzustand existiert. Gilt die letzte Aussage auch für DFAs?

Aufgabe 2

Bearbeiten Sie mindestens eine der vier folgenden Fragestellungen formal und vollständig.

(a) Seien L, K reguläre Sprachen über einem Alphabet Σ. Zeigen Sie, dass

$$L/K \;=\; \{x \in \Sigma^* : xy \in L \text{ für ein } y \in K\}$$

regulär ist.

(b) Sei L eine reguläre Sprache über einem mindestens zweielementigen Alphabet Σ. Zeigen Sie, dass die folgende Sprache regulär ist.

$L_1 = \{x \in L : \text{es gibt kein } y \in \Sigma^+, \text{ so dass } xy \in L\}$

(c) Sei L eine reguläre Sprache über einem mindestens zweielementigen Alphabet Σ. Zeigen Sie, dass die folgende Sprache regulär ist.

$L_2 = \{x \in L : \text{kein echtes Präfix von } x \text{ liegt in } L\}$

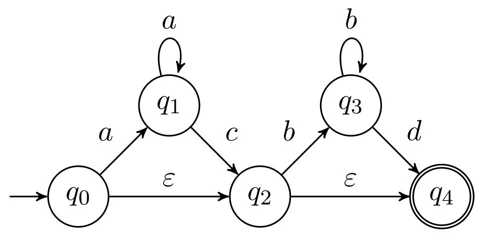
(d) Sei L eine reguläre Sprache über einem mindestens zweielementigen Alphabet Σ. Zeigen Sie, dass die Spiegelbildsprache $L^R = \{a_n a_{n-1} \ldots a_0 \in \Sigma^* \mid a_0 \ldots a_{n-1} a_n \in L\}$ wiederum eine reguläre Sprache ist.

Aufgabe 3

Es sei L die Sprache aller $w \in \{0,1\}^+$ mit gleich vielen Nullen wie Einsen. Man gebe für diese Sprache eine kontextfreie Grammatik an. Beweisen Sie die Korrektheit und Vollständigkeit Ihrer Lösung!

Aufgabe 4

Konstruieren Sie zu dem grafisch angegebenen ε-NFA $\mathcal{M} = (Q, \Sigma, \delta, \{q_0\}, F)$ einen äquivalenten NFA $\mathcal{M}'$. Beschreiben Sie die Komponenten beider Automaten.



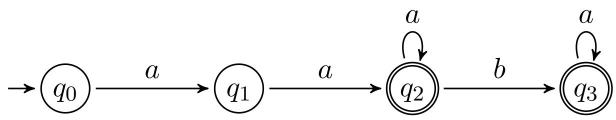
Aufgabe 5

Gegeben sind die Automaten

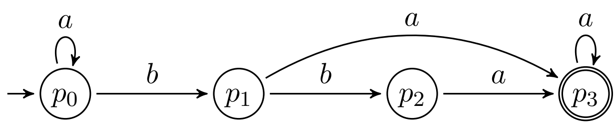
$$\mathcal{M}_1 = (\{q_0, \ldots, q_3\}, \{a, b\}, \delta_1, \{q_0\}, \{q_2, q_3\}), \qquad \mathcal{M}_2 = (\{p_0, \ldots, p_3\}, \{a, b\}, \delta_2, \{p_0\}, \{p_3\}),$$
$$\mathcal{M}_3 = (\{s_0, \ldots, s_3\}, \{a, b\}, \delta_3, \{s_0\}, \{s_3\}) \text{ und } \quad \mathcal{M}_4 = (\{t_0, \ldots, t_5\}, \{a, b\}, \delta_4, \{t_0\}, \{t_3, t_5\})$$

mit

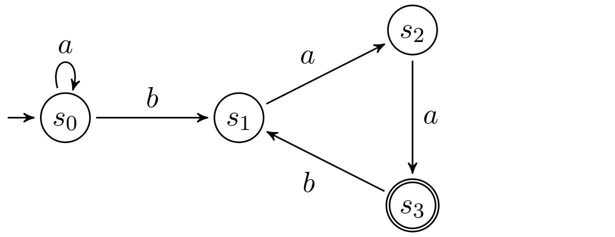
δ_1:



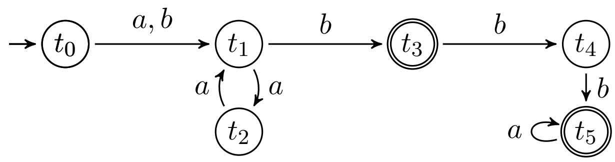
δ_2:



δ_3:



δ_4:



a) Konstruieren Sie einen ε-freien NFA $\mathcal{M}_a$ mit $L(\mathcal{M}_a) = L(\mathcal{M}_1) \cap L(\mathcal{M}_2)$. Dabei dürfen Sie sich auf die vom Startzustand erreichbaren Zustände beschränken.

b) Konstruieren Sie einen ε-freien NFA $\mathcal{M}_b$ mit $L(\mathcal{M}_b) = L(\mathcal{M}_1)^*$.

c) Konstruieren Sie einen ε-freien NFA $\mathcal{M}_c$ mit $L(\mathcal{M}_c) = L(\mathcal{M}_3) \cup L(\mathcal{M}_4)$.

d) Konstruieren Sie einen ε-freien NFA $\mathcal{M}_d$ mit $L(\mathcal{M}_d) = L(\mathcal{M}_3) \circ L(\mathcal{M}_4)$.