TECHNISCHE UNIVERSITÄT DRESDEN

Fakultät Informatik Institut für Theoretische Informatik, Lehrstuhl für Automatentheorie

Formale Systeme

6. Übungsblatt

Wintersemester 2017/18

Aufgabe zur Selbstkontrolle (diese werden in den Übungen nicht besprochen)

S11) Sei $\Sigma_1 = \{a, b\}$ und $\Sigma_2 = \{a, b, c\}$. Geben Sie für jede der folgenden Sprachen L_i einen regulären Ausdruck α_i mit $L_i = L(\alpha_i)$ an. Begründen Sie die von Ihnen gewählten regulären Ausdrücke α_i.

(a) $L_1 = \{w \in \Sigma_1^* \mid w$ beginnt mit a und $|w|_b$ ist gerade$\}$

(b) $L_2 = \{w \in \Sigma_2^* \mid w$ beginnt mit a und $|w|_b$ ist gerade$\}$

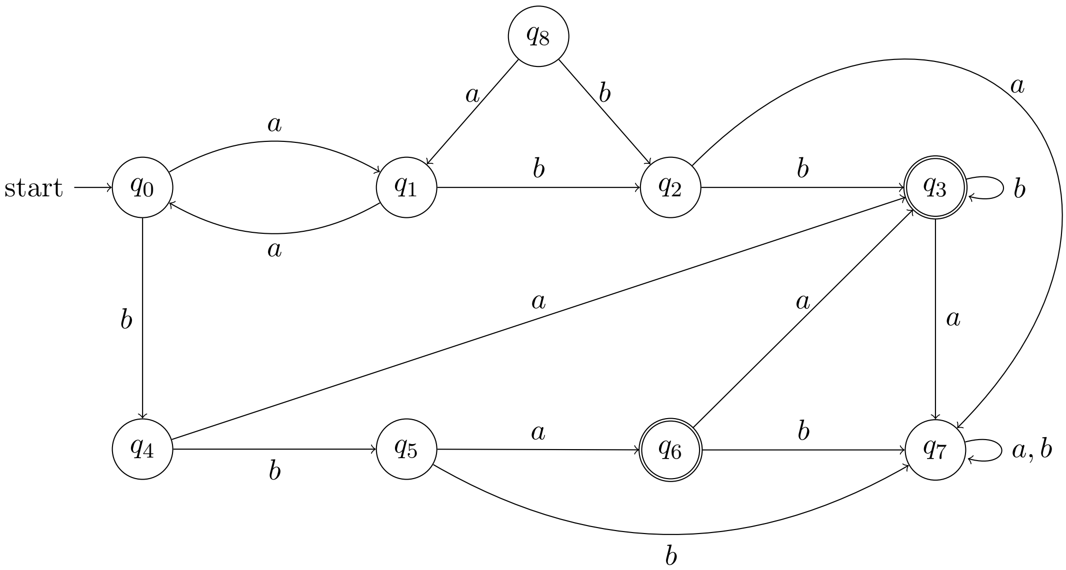
(c) $L_3 = \{w \in \Sigma_1^* \mid$ es gibt kein $u, v \in \Sigma_1^*$ mit $w = uaav\}$

(d) $L_4 = \{w \in \Sigma_2^* \mid$ es gibt kein $u, v \in \Sigma_2^*$ mit $w = uaav\}$

S12) Wiederholen Sie die Begriffe Potenzmengenkonstruktion, erreichbarer Zustand, äquivalente Zustände, Quotientenautomat, reduzierter Automat und *Nerode*-Rechtskongruenz.

Aufgabe 1

Gegeben ist der DFA $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7, q_8\}, \{a, b\}, \delta, q_0, \{q_3, q_6\})$ mit δ:



Geben Sie den zu $\mathcal{M}$ reduzierten DFA $\mathcal{M}_r$ an.

Aufgabe 2

Beweisen oder widerlegen Sie unter Verwendung von Resultaten aus der Vorlesung folgende Aussagen.

a) Für die Grammatik
$G = (\{S, X, Y, Z\}, \{a, b\}, \{S \to Y,\ X \to b,\ Y \to aYYb,\ aY \to aZ,\ ZY \to ZX,\ Z \to a\}, S)$
gilt: $abab \in L(G)$.

b) Kann eine Sprache L von einem DFA erkannt werden, so gibt es auch einen ε-NFA $\mathcal{M}$ mit $L(\mathcal{M}) = L$.

c) Für jeden NFA $\mathcal{M}$ mit Wortübergängen gibt es einen äquivalenten NFA.

d) Es gibt eine reguläre Sprache, für welche die Anzahl der Äquivalenzklassen der zugehörigen *Nerode*-Rechtskongruenz endlich ist.

e) Wenn es für eine Sprache L ein $n \in \mathbb{N}$ gibt, so dass die *Nerode*-Rechtskongruenz $\simeq_L$ höchstens n Äquivalenzklassen hat, so kann L von einem DFA erkannt werden.

f) Für jede Sprache L gilt: $L = \bigcup_{u \in L} [u]_{\simeq_L}$, d. h. L ist die Vereinigung von $\simeq_L$-Klassen.

Aufgabe 3

Gegeben ist das Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Welche der folgenden Sprachen L_i über Σ mit $1 \leq i \leq 3$ ist regulär? Beweisen Sie Ihre jeweilige Antwort.

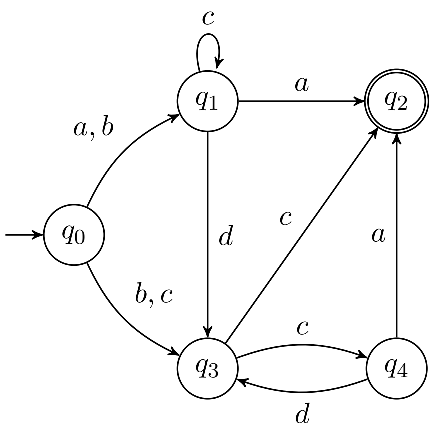
a) $L_1 = \{a^i b^i \mid i \geq 1\}$

b) $L_2 = \{xyz \mid x, y \in \Sigma^*,\ |x| \geq 1, |y| \geq 1, z = sp(x)\}$
Hinweis: $sp(x)$ bildet das Spiegelwort zu x.

c) $L_3 = \{a^{i^2} \mid i \geq 1\}$

Aufgabe 4

Gegeben ist der NFA $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}, \{a, b, c, d\}, \delta, \{q_0\}, \{q_2\})$ mit δ:



Geben Sie für jedes $z \in \{bc, adc, cda, bcdc, acdc\}$ alle Zerlegungen $z = uvw$ mit $u, w \in \Sigma^*$, $v \in \Sigma^+$ an, sodass für alle $k \geq 0$ gilt: $uv^k w \in L(\mathcal{M})$. Begründen Sie Ihre Antworten.