



## Formale Systeme

### 5. Übungsblatt

Wintersemester 2020/21

#### Aufgabe zur Selbstkontrolle (diese wird nur auf konkrete Nachfrage in den Übungen besprochen)

S9) Gegeben sind die folgenden Grammatiken  $G_i$  mit  $1 \leq i \leq 4$ :

$$G_1 = (\{S\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow aS, S \rightarrow Sb, S \rightarrow a\}, S)$$

$$G_2 = (\{S\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow aS, S \rightarrow SbS, S \rightarrow a\}, S)$$

$$G_3 = (\{S, B\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow \varepsilon, S \rightarrow aSb, aS \rightarrow aB, B \rightarrow bB, B \rightarrow b\}, S)$$

$$G_4 = (\{S, A\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow a, A \rightarrow b\}, S)$$

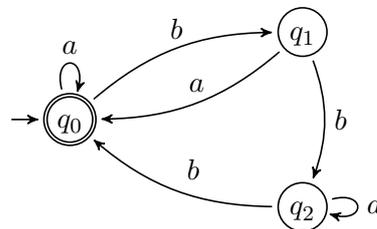
Geben Sie für jede Grammatik  $G_i$  den maximalen Chomsky-Typ  $j$  an. Begründen Sie Ihre Antwort.

S10) Welche der folgenden Aussagen sind wahr? Begründen Sie Ihre Antwort.

- Für den regulären Ausdruck  $\alpha = (b(ab | b)^*)^*(a | b)^*a$  gilt:  $aba \in L(\alpha)$ .
- Für die Grammatik  $G = (\{S, X, Y, Z\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow Y, X \rightarrow b, Y \rightarrow aYYb, aY \rightarrow aZ, ZY \rightarrow ZX, Z \rightarrow a\}, S)$  gilt:  $aabb \in L(G)$ .

#### Aufgabe 1

Gegeben ist der DFA  $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b\}, \delta, q_0, \{q_0\})$  mit  $\delta$ :

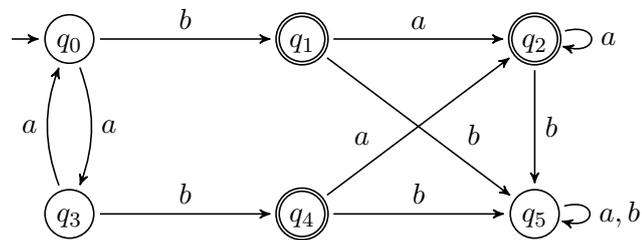


Geben Sie einen regulären Ausdruck  $\alpha$  an, der die von  $\mathcal{M}$  akzeptierte Sprache repräsentiert, d. h. es gilt  $L(\alpha) = L(\mathcal{M})$ .

Hinweis: Zur Lösung können Sie die Ersetzungsmethode (vgl. Vorlesung) verwenden: geben Sie hierzu für jeden Zustand  $q_i$  des Automaten eine Gleichung  $\alpha_i = \dots$  an. Lösen Sie anschließend das Gleichungssystem mithilfe des *Arden-Lemmas*.

### Aufgabe 2

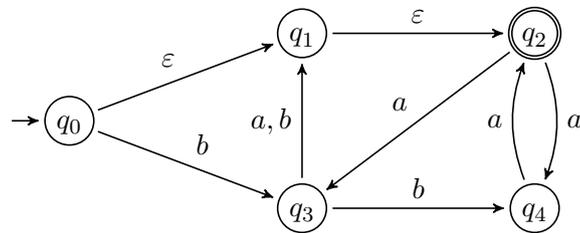
Berechnen Sie für folgenden DFA  $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}, \{a, b\}, \delta, q_0, \{q_1, q_2, q_4\})$  mit  $\delta$ :



die Äquivalenzrelation  $\sim_{\mathcal{M}}$ , und geben Sie den Quotientenautomaten  $\mathcal{M}/\sim$  an.

### Aufgabe 3

Gegeben ist der  $\varepsilon$ -NFA  $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}, \{a, b\}, \Delta, \{q_0\}, \{q_2\})$  mit  $\Delta$ :



- Konstruieren Sie einen zu  $\mathcal{M}$  äquivalenten DFA  $\mathcal{M}'$ .
- Geben Sie den zu  $\mathcal{M}'$  reduzierten DFA  $\mathcal{M}'_r$  an.

### Aufgabe 4

Gegeben ist der reguläre Ausdruck  $\alpha = (bb)^*a$ .

- Geben Sie für  $\alpha$  die Nerode-Rechtskongruenz  $\simeq_{L(\alpha)}$  an.
- Geben Sie einen minimalen DFA  $\mathcal{M}$  an mit  $L(\mathcal{M}) = L(\alpha)$ .

### Aufgabe 5

Beweisen Sie Lemma ♥ aus Vorlesung 8:

Sei  $\mathcal{M} = \langle Q, \Sigma, \delta, q_0, F \rangle$  ein totaler DFA und  $\mathcal{M}/\sim = \langle Q/\sim, \Sigma, \delta_{\sim}, [q_0]_{\sim}, F/\sim \rangle$  der zugehörige Quotientenautomat. Dann gilt für beliebige  $q \in Q$  und  $w \in \Sigma^*$ :

$$[\delta(q, w)]_{\sim} = \delta_{\sim}([q]_{\sim}, w).$$

Hinweis: Induktion über  $|w|$ .