



## Formale Systeme

### 10. Übungsblatt

Wintersemester 2020/21

#### Aufgabe 1

Gegeben ist die nichtdeterministische 3-Band-Turingmaschine

$$\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b\}, \{a, b, \_ \}, \delta, q_0, \{q_2\})$$

mit

$$\begin{aligned}\delta(q_0, a, \_, \_) &= \{(q_0, \langle a, R \rangle, \langle a, R \rangle, \langle \_, N \rangle), \\ &\quad (q_1, \langle a, R \rangle, \langle a, N \rangle, \langle \_, L \rangle)\} \\ \delta(q_0, b, \_, \_) &= \{(q_0, \langle b, R \rangle, \langle \_, N \rangle, \langle b, R \rangle), \\ &\quad (q_1, \langle b, R \rangle, \langle \_, L \rangle, \langle b, N \rangle)\} \\ \delta(q_1, a, a, b) &= \{(q_1, \langle a, R \rangle, \langle \_, L \rangle, \langle b, N \rangle)\} \\ \delta(q_1, a, a, \_) &= \{(q_1, \langle a, R \rangle, \langle \_, L \rangle, \langle \_, N \rangle)\} \\ \delta(q_1, b, a, b) &= \{(q_1, \langle b, R \rangle, \langle a, N \rangle, \langle \_, L \rangle)\} \\ \delta(q_1, b, \_, b) &= \{(q_1, \langle b, R \rangle, \langle \_, N \rangle, \langle \_, L \rangle)\} \\ \delta(q_1, \_, \_, \_) &= \{(q_2, \langle \_, N \rangle, \langle \_, N \rangle, \langle \_, N \rangle)\}\end{aligned}$$

Welche Sprache akzeptiert  $\mathcal{M}$ ? Hinweis: Sie können die Arbeitsweise von  $\mathcal{M}$  gerne mithilfe einer graphischen Repräsentation der Übergangsrelation  $\delta$  nachvollziehen.

#### Aufgabe 2

Geben Sie präzise eine deterministische Turingmaschine  $\mathcal{M}$  zur Erkennung der Sprache  $L = \{a^n b^m c^k : n, m, k \geq 1, n = 2m \text{ oder } m = k\}$  an. Sie können wahlweise eine Ein- oder Mehrband-DTM verwenden.

- Begründen Sie, warum  $\mathcal{L}(\mathcal{M}) = L$ .
- Geben Sie die Berechnungen für  $w_1 = abcc$  und  $w_2 = aabc$  an.

### Aufgabe 3

Wie in der Vorlesung dargelegt wurde, werden Turingmaschinen als allgemeines Rechenmodell verstanden (18. Vorlesung, Folie 19).

Geben Sie Turingmaschinen an, die folgende Funktionen berechnen. Dabei wird eine Eingabe  $n \in \mathbb{N}$  als  $\emptyset^n$  mit  $\emptyset \in \Sigma$  dargestellt. Es kann vorausgesetzt werden, dass die Eingabe wohlgeformt auf dem Band vorliegt. Am Ende der Berechnung hält die Turingmaschine in einem Finalzustand und das Band enthält nur das Berechnungsergebnis.

- a) Die Turingmaschine  $\mathcal{M}_0$  berechnet die Funktion  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ ,  $n \mapsto 0$ , d. h. das Eingabewort auf dem Band wird gelöscht.
- b) Die Turingmaschine  $\mathcal{M}_{succ}$  berechnet die Funktion  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ ,  $n \mapsto n + 1$ .
- c) Für  $i, n \in \mathbb{N}$  berechnet die Turingmaschine  $\mathcal{M}_n^i$  die Funktion  $f_n^i : \mathbb{N}^n \rightarrow \mathbb{N}$  mit  $(x_1, \dots, x_n) \mapsto x_i$ . Es wird empfohlen, zunächst die Turingmaschine  $\mathcal{M}_4^2$  anzugeben und diese dann zu  $\mathcal{M}_n^i$  zu verallgemeinern.

*Hinweis:*  $(3, 2, 4, 0)$  in der Eingabe wird dargestellt als  $(\emptyset\emptyset\emptyset, \emptyset\emptyset, \emptyset\emptyset\emptyset\emptyset, \_)$ .