TECHNISCHE UNIVERSITÄT DRESDEN

Fakultät Informatik, Institut für Künstliche Intelligenz, Professur Computational Logic

Dr. habil. Hannes Straß — Dr. Dörthe Arndt

Übungen zur Lehrveranstaltung

Formale Systeme

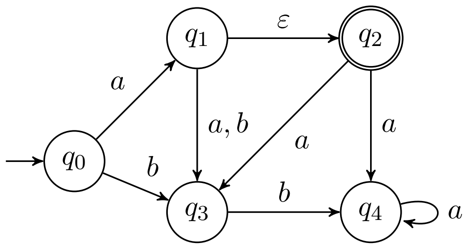
Wintersemester 2021/22

3. Übungsblatt

Woche vom 1. bis 5. November 2021

Aufgabe zur Selbstkontrolle (diese werden in den Übungen nicht besprochen)

S5) Es sei der ε-NFA $\mathcal{M} = (\{q_0, \ldots, q_4\}, \{a, b\}, \delta, \{q_0\}, \{q_2\})$ gegeben mit δ wie unten graphisch dargestellt:



Konstruieren Sie einen zu $\mathcal{M}$ äquivalenten DFA $\mathcal{M}'$.

S6) Es sei $\Sigma = \{a, b, c\}$. Geben Sie NFAs $\mathcal{M}_1$, $\mathcal{M}_2$ an mit

(a) $L(\mathcal{M}_1) = \{w \in \Sigma^* \mid (|w|_a \text{ ist ungerade und } |w|_b \text{ ist gerade}) \text{ oder }$
$(\text{es gibt } u, v \in \Sigma^* \text{ mit } w = ucccv)\}$

(b) $L(\mathcal{M}_2) = \{w \in \Sigma^* \mid (\text{es gibt } u, v \in \Sigma^* \text{ mit } w = ubabcv) \text{ und }$
$(\text{es gibt } u, v \in \Sigma^* \text{ mit } w = ucccv) \text{ und }$
$(\text{es gibt kein } u \in \Sigma^* \text{ mit } w = au)\}$

Aufgabe 1

Zeigen Sie konstruktiv, dass

- für jeden NFA $\mathcal{M}$ mit mehreren Startzuständen ein äquivalenter NFA $\mathcal{M}'$ mit nur einem Startzustand existiert bzw.
- für jeden NFA $\mathcal{M}$ mit mehreren Finalzuständen ein äquivalenter NFA $\mathcal{M}'$ mit nur einem Finalzustand existiert. Gilt die letzte Aussage auch für DFAs?

Aufgabe 2

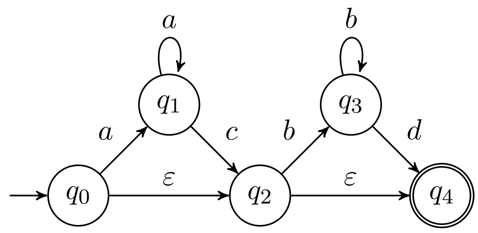
Sei L eine reguläre Sprache über einem mindestens zweielementigen Alphabet Σ. Zeigen Sie, dass die folgenden Sprachen regulär sind:

(a) $L_1 = \{x \in L : \text{es gibt kein } y \in \Sigma^+, \text{ so dass } xy \in L\}$

(b) $L_2 = \{x \in L : \text{kein echtes Präfix von } x \text{ liegt in } L\}$

Aufgabe 3

Konstruieren Sie zu dem grafisch angegebenen ε-NFA $\mathcal{M} = (Q, \Sigma, \delta, \{q_0\}, F)$ einen äquivalenten NFA $\mathcal{M}'$. Beschreiben Sie die Komponenten beider Automaten.



Aufgabe 4

Beschreiben Sie mit eigenen Worten, welche Sprachen $L(r_i)$ durch folgende Ausdrücke r_i beschrieben werden:

a) $r_1 = bb^* \mid (bb)^*a$

b) $r_2 = a^*b(aa^*b)^*b(a \mid b)^*$

c) $r_3 = a^* \mid a^*(b \mid bb)(aa^*(b \mid bb))^*a^*$

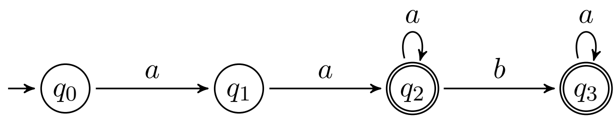
Aufgabe 5

Gegeben sind die Automaten

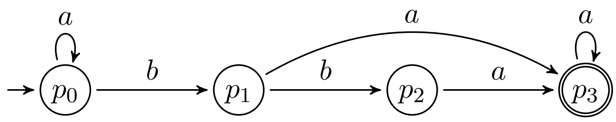
$$\mathcal{M}_1 = (\{q_0, \ldots, q_3\}, \{a, b\}, \delta_1, \{q_0\}, \{q_2, q_3\}), \qquad \mathcal{M}_2 = (\{p_0, \ldots, p_3\}, \{a, b\}, \delta_2, \{p_0\}, \{p_3\}),$$
$$\mathcal{M}_3 = (\{s_0, \ldots, s_3\}, \{a, b\}, \delta_3, \{s_0\}, \{s_3\}) \text{ und } \quad \mathcal{M}_4 = (\{t_0, \ldots, t_5\}, \{a, b\}, \delta_4, \{t_0\}, \{t_3, t_5\})$$

mit

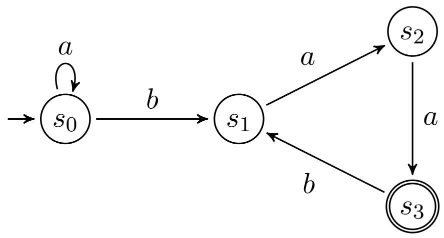
δ_1:



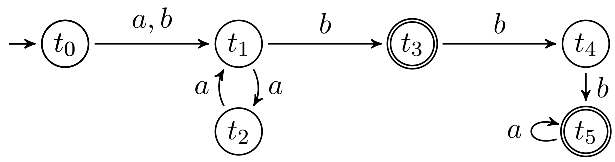
δ_2:



δ_3:



δ_4:



a) Konstruieren Sie einen ε-freien NFA $\mathcal{M}_a$ mit $L(\mathcal{M}_a) = L(\mathcal{M}_1) \cap L(\mathcal{M}_2)$. Dabei dürfen Sie sich auf die vom Startzustand erreichbaren Zustände beschränken.

b) Konstruieren Sie einen ε-freien NFA $\mathcal{M}_b$ mit $L(\mathcal{M}_b) = L(\mathcal{M}_1)^*$.

c) Konstruieren Sie einen ε-freien NFA $\mathcal{M}_c$ mit $L(\mathcal{M}_c) = L(\mathcal{M}_3) \cup L(\mathcal{M}_4)$.

d) Konstruieren Sie einen ε-freien NFA $\mathcal{M}_d$ mit $L(\mathcal{M}_d) = L(\mathcal{M}_3) \circ L(\mathcal{M}_4)$.