Theoretische Informatik und Logik

3. Übungsblatt

Sommersemester 2021

Die folgenden Aufgaben werden nicht in den Übungen besprochen und dienen der Selbstkontrolle.

Aufgabe E

Geben Sie eine Turing-Maschine $\mathcal{A}_{\mathsf{mod2}}$ an, die die Funktion $f \colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ mit $f(x) = (x \bmod 2)$ berechnet. Stellen Sie dabei die Zahlen in unärer Kodierung dar.

Aufgabe F

Es sei $f \colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ mit $f(x) = \lfloor \log_{10}(x) \rfloor$. Geben Sie ein WHILE-Programm an, welches f berechnet.

Aufgabe 1

Zeigen Sie, dass es keine Many-One-Reduktion vom Halteproblem $\mathbf{P}_{\mathsf{halt}}$ von Turing-Maschinen auf das Leerheitsproblem

$$\mathbf{P}_{\mathsf{leer}} \coloneqq \{\mathsf{enc}(\mathcal{M}) \mid \mathcal{L}(\mathcal{M}) = \emptyset\}$$

von Turing-Maschinen gibt.

Aufgabe 2

Es sei

$$T \coloneqq \{\mathsf{enc}(\mathcal{M}) \mid \mathcal{M} \text{ ist eine Turing-Maschine, welche } w^{\mathcal{R}} \text{ akzeptiert, falls sie } w \text{ akzeptiert}\},$$

wobei $w^{\mathcal{R}}$ das zu w umgekehrte Wort ist. Zeigen Sie, dass T nicht entscheidbar ist.

Aufgabe 3

Es sei

$$L \coloneqq \{\mathsf{enc}(G)\#\#\mathsf{enc}(w) \mid G \text{ kontextfreie Grammatik und } w \text{ Teilwort eines Wortes aus } L(G)\},$$

wobei $\mathsf{enc}(G)$ eine Kodierung von G ist. Zeigen Sie, dass L auf das Komplement des Leerheitsproblems kontextfreier Grammatiken many-one-reduziert werden kann.

Hinweis: Nutzen Sie die Tatsache, dass der Schnitt einer regulären und einer kontextfreien Sprache wieder kontextfrei ist.

Aufgabe 4

Zeigen Sie, dass jede semi-entscheidbare Sprache L auf das Halteproblem $\mathbf{P}_{\mathsf{halt}}$ many-one-reduziert werden kann.