

# Theoretische Informatik und Logik

## 8. Übungsblatt

Sommersemester 2021

Die folgenden Aufgaben werden nicht in den Übungen besprochen und dienen der Selbstkontrolle.

### Aufgabe N

Wir betrachten folgende Position im Tic-Tac-Toe:

$$\begin{array}{c|c|c} X & & \\ \hline & O & \\ \hline O & & X \end{array}$$

Angenommen, Spieler X ist am Zug. Beschreiben Sie eine Gewinnstrategie für X.

### Aufgabe O

Zeigen Sie, dass für jedes PSPACE-vollständige Problem  $L$  auch das Komplement  $\bar{L}$  ein PSPACE-vollständiges Problem ist.

### Aufgabe P

Zeigen Sie: ist  $P = NP$ , dann sind alle Sprachen  $L \in P \setminus \{\emptyset, \Sigma^*\}$  NP-vollständig.

### Aufgabe 1

Begründen Sie folgende Aussagen:

- Ist  $P = NP$ , dann ist  $NP = \text{coNP}$ .
- Ist  $P \neq NP$ , dann gilt  $P \neq \text{coNP}$ ,  $L \neq NP$  und  $P \neq \text{PSPACE}$ .

### Aufgabe 2

Wir betrachten folgendes Scheduling-Problem: gegeben sind Prüfungen  $P_1, \dots, P_k$  verschiedener Module und Studierende  $S_1, \dots, S_\ell$ , so dass jeder Studierende eine bestimmte Menge Prüfungen ablegt. Die Aufgabe ist, die Prüfungen so in Zeitslots zu legen, dass niemand zwei Prüfungen im selben Zeitslot ablegen muss. Formalisieren Sie die Frage, ob solch ein Prüfungsplan mit höchstens  $h$  Zeitslots möglich ist, als eine formale Sprache und zeigen Sie, dass diese NP-vollständig ist. Nutzen Sie dazu die Tatsache, dass Färbbarkeit von Graphen mit  $k > 2$  Farben NP-vollständig ist.

### Aufgabe 3

Zeigen Sie, dass folgendes Problem unentscheidbar ist: gegeben eine Turing-Maschine  $\mathcal{M}$  und eine Zahl  $k \in \mathbb{N}$ , ist  $\mathcal{M}$  eine  $\mathcal{O}(n^k)$ -zeitbeschränkte Turing-Maschine?