TECHNISCHE UNIVERSITÄT DRESDEN

Fakultät Informatik Institut für Theoretische Informatik, Lehrstuhl für Automatentheorie

Formale Systeme

6. Übungsblatt

Wintersemester 2016/17

Hinweis

Die Aufgaben *) und **) dienen der Selbstkontrolle und werden in der Übung nicht besprochen.

*) Sei $\Sigma_1 = \{a, b\}$ und $\Sigma_2 = \{a, b, c\}$. Geben Sie für jede der folgenden Sprachen L_i einen regulären Ausdruck α_i mit $L_i = L(\alpha_i)$ an. Begründen Sie die von Ihnen gewählten regulären Ausdrücke α_i.

(a) $L_1 = \{w \in \Sigma_1^* \mid w \text{ beginnt mit } a \text{ und } |w|_b \text{ ist gerade}\}$

(b) $L_2 = \{w \in \Sigma_2^* \mid w \text{ beginnt mit } a \text{ und } |w|_b \text{ ist gerade}\}$

(c) $L_3 = \{w \in \Sigma_1^* \mid \text{es gibt kein } u, v \in \Sigma_1^* \text{ mit } w = uaav\}$

(d) $L_4 = \{w \in \Sigma_2^* \mid \text{es gibt kein } u, v \in \Sigma_2^* \text{ mit } w = uaav\}$

**) Wiederholen Sie die Begriffe Potenzmengenkonstruktion, erreichbarer Zustand, äquivalente Zustände, Quotientenautomat, reduzierter Automat und *Nerode*-Rechtskongruenz.

Aufgabe 1

Beweisen oder widerlegen Sie unter Verwendung von Resultaten aus der Vorlesung folgende Aussagen.

a) Für die Grammatik $G = (\{S, X, Y, Z\}, \{a, b\}, \{S \to Y,\ X \to b,\ Y \to aYYb,\ aY \to aZ,\ ZY \to ZX,\ Z \to a\}, S)$ gilt: $abab \in L(G)$.

b) Kann eine Sprache L von einem DFA erkannt werden, so gibt es auch einen ε-NFA $\mathcal{M}$ mit $L(\mathcal{M}) = L$.

c) Für jeden NFA $\mathcal{M}$ mit Wortübergängen gibt es einen äquivalenten NFA.

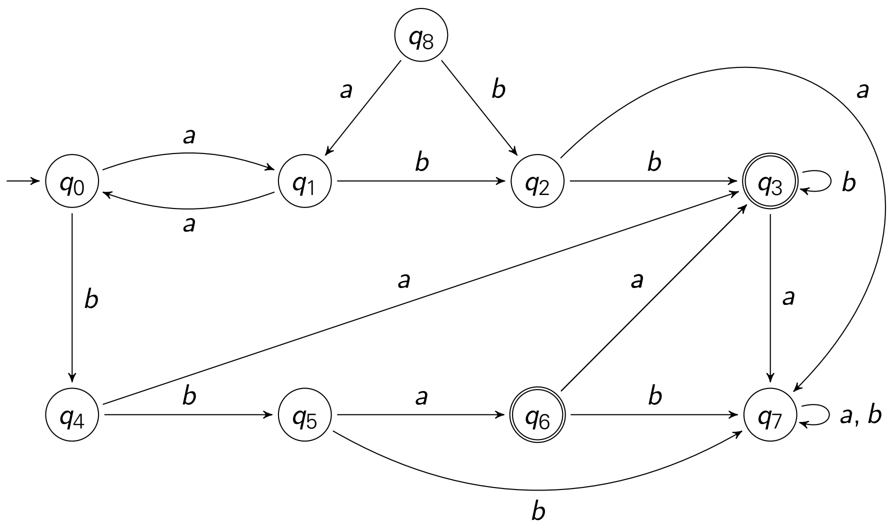
d) Es gibt eine reguläre Sprache, für welche die Anzahl der Äquivalenzklassen der zugehörigen *Nerode*-Rechtskongruenz endlich ist.

e) Wenn es für eine Sprache L ein $n \in \mathbb{N}$ gibt, so dass die *Nerode*-Rechtskongruenz $\simeq_L$ höchstens n Äquivalenzklassen hat, so kann L von einem DFA erkannt werden.

f) Für jede Sprache L gilt: $L = \bigcup_{u \in L} [u]_{\simeq_L}$, d. h. L ist die Vereinigung von $\simeq_L$-Klassen.

Aufgabe 2

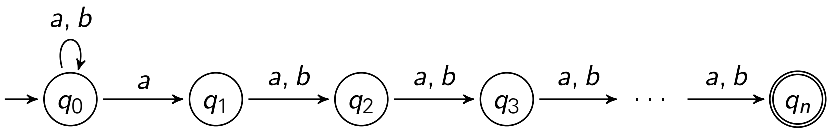
Gegeben ist der DFA $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7, q_8\}, \{a, b\}, \delta, q_0, \{q_3, q_6\})$ mit δ:



Geben Sie den zu $\mathcal{M}$ reduzierten DFA $\mathcal{M}_r$ an.

Aufgabe 3

Gegeben ist der Automat $\mathcal{M}_n = (\{q_0, q_1, \dots, q_n\}, \{a, b\}, \delta, q_0, \{q_n\})$ für $n \geq 1$ mit δ:



a) Beschreiben Sie $L(\mathcal{M}_n)$.

b) Wir wählen $n = 3$. Geben Sie einen zu $\mathcal{M}_3$ äquivalenten DFA $\mathcal{M}_3'$ an und berechnen Sie zu $\mathcal{M}_3'$ den reduzierten DFA $(\mathcal{M}_3')_r$.

c) Beweisen Sie, dass jeder zu $\mathcal{M}_n$ äquivalente DFA mindestens 2^n Zustände hat.