Formale Systeme: Besprechung Musterklausur

Robin Ziemek und Maximilian Marx

Wissensbasierte Systeme

2021-02-25

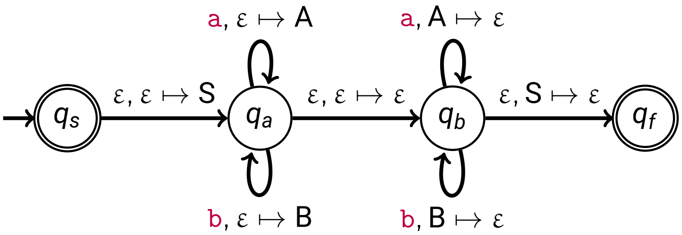
Block A - Kellerautomaten

A2 Ordnen Sie den verschiedenen Automatentypen die zugehörige, durch den Automaten akzeptierte Sprache zu.

A3 Benennen Sie formal die Unterschiede zwischen deterministischen und nicht-deterministischen Kellerautomaten.

A4 Welche Akzeptanzbegriffe sind für Kellerautomaten laut Vorlesung möglich?

A5 Gegeben sei der nachfolgende Kellerautomat.



Geben Sie eine äquivalente Typ-2-Grammatik an. Orientieren Sie sich dabei am Beweis aus der Vorlesung, aber sparen Sie unnötige Regeln aus.

Block A - Kellerautomaten

A2 Ordnen Sie den verschiedenen Automatentypen die zugehörige, durch den Automaten akzeptierte Sprache zu.

Typ-0-Sprachen	$\leftrightarrow$	deterministische Turingmaschine
kontextfreie Sprachen	$\leftrightarrow$	nichtdeterministischer Kellerautomat
deterministische Typ-2-Sprachen	$\leftrightarrow$	deterministischer Kellerautomat
reguläre Sprachen	$\leftrightarrow$	deterministischer endlicher Automat
Typ-1-Sprachen	$\leftrightarrow$	kein passender Automat zur Auswahl
Typ-4-Sprachen	$\leftrightarrow$	Sprachklasse existiert nicht

Block A - Kellerautomaten

A3 Benennen Sie formal die Unterschiede zwischen deterministischen und nicht-deterministischen Kellerautomaten.

Ein Kellerautomat ist ein Sechs-Tupel M=(Q, Sigma, Gamma, delta, Q0, F).
Bei einem nichtdeterministischen Kellerautomaten ist die Übergangsfunktion delta von der Form delta: Q x Sigma x Gamma -> P(Q x Gamma), wobei P() die Potenzmenge bezeichnet.
Bei einem deterministischen Kellerautomaten ist die Übergangsfunktion delta von der Form delta: Q x Sigma x Gamma -> Q x Gamma, so dass für alle q in Q, a in Simga und A in Gamma jeweils nur eines der folgenden definiert ist:
delta(q,a,A), delta(q,a,eps), delta(q,eps,A), delta(q,eps,eps). Außerderm ist der Startzustand eindeutig (Es gibt genau ein q0).

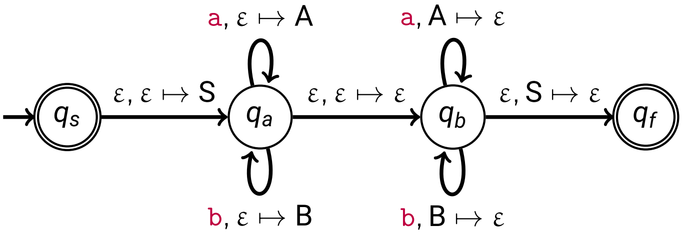
Block A - Kellerautomaten

A4 Welche Akzeptanzbegriffe sind für Kellerautomaten laut Vorlesung möglich?

> Neben der Akzeptanz über Endzustände in F gibt es die (äquivalente) Akzeptanz über leeren Keller.

Block A - Kellerautomaten

A5 Gegeben sei der nachfolgende Kellerautomat.



Geben Sie eine äquivalente Typ-2-Grammatik an. Orientieren Sie sich dabei am Beweis aus der Vorlesung, aber sparen Sie unnötige Regeln aus.

G=(V, Sigma, P, S) mit V={Vsf , Vab , Vaa , Vbb} , Sigma={a,b} und S={Vsf}
Die Produktionsregeln in P sind gegeben durch:
Vsf -> eps Vab eps
Vab -> a Vab a | b Vab b | a Vaa a | b Vbb b
Vaa -> eps, Vbb-> eps, Vss -> eps, Vff -> eps
(Vaa -> Vaa Vaa | Vab Vba | Vas Vsa | Vaf Vfa
...) Der Part in den Klammern wird nicht benötigt.

Block B - Pumping-Lemma

A6 Gegeben ist die Sprache
$L = \{a^m b^d c^y \mid m \leqslant 2 \text{ und } d \leqslant 16 \text{ und } y \leqslant 2021 \text{ mit } m, d, y \in \mathbb{N}\}$.
Geben Sie eine Pumpingzahl $n \in \mathbb{N}$ an, für die die Sprache L die Bedingungen des Pumping-Lemmas erfüllt. Begründen Sie Ihre Antwort.

A7 Zeigen Sie mithilfe des Pumping-Lemmas für reguläre Sprachen, dass die Sprache $L = \{0^k \mid k = n^3,\ n \in \mathbb{N}\}$ nicht regulär ist.

Block B - Pumping-Lemma

A6 Gegeben ist die Sprache
$L = \{a^m b^d c^y \mid m \leqslant 2$ und $d \leqslant 16$ und $y \leqslant 2021$ mit $m, d, y \in \mathbb{N}\}$.
Geben Sie eine Pumpingzahl $n \in \mathbb{N}$ an, für die die Sprache L die Bedingungen des Pumping-Lemmas erfüllt. Begründen Sie Ihre Antwort.

Jede Zahl n > 2021+16+2 ist eine Pumpingzahl für L. L ist eine endliche Sprache deren längstes Wort genau 2021+16+2 Zeichen lang ist.

Block B - Pumping-Lemma

A7 Zeigen Sie mithilfe des Pumping-Lemmas für reguläre Sprachen, dass die Sprache $L = \{0^k \mid k = n^3,\ n \in \mathbb{N}\}$ nicht regulär ist.

Angenommen es gibt eine Pumpingzahl n. Wähle ein Wort z=0^(n^3) mit der Länge n^3>=n und betrachte eine beliebige Zerlegung z=u v w.
Es gilt 1<=|v|<=|uv|<=n.
Allerdings haben wir folgendes
n^3=|z|=|uvw|<|u v^2 w|<=n^3 + n < n^3 + 3n^2+3n+1 = (n+1)^3
Somit muss die Länge von u v^2 w genau zwischen n^3 und (n+1)^3 liegen.
Das heißt allerdings u v^2 w ist nicht in L.
Somit kann es keine Pumpingzahl n geben und L ist nicht regulär.

Block C - Grammatiken

Gegeben sei die Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ mit

$$V = \{S, A, B\},\ \Sigma = \{a, b\} \text{ und}$$

$$P = \{S \to ASB,\ S \to AB,\ AB \to BA,\ A \to a,\ B \to b\}.$$

A8 Von welchem maximalen Typ ist G? Begründen Sie Ihre Antwort.

A9 Geben Sie vier Wörter $w_1, w_2, w_3, w_4 \in L(G)$ mit $|w_1| = |w_2| = |w_3| = |w_4| = 4$ an.

A10 Beschreiben Sie die durch G erzeugte Sprache $L(G)$ in einer geeigneten Notation.

Block C - Grammatiken

Gegeben sei die Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ mit

$$V = \{S, A, B\},\ \ \Sigma = \{a, b\} \text{ und}$$

$$P = \{S \to ASB,\ S \to AB,\ AB \to BA,\ A \to a,\ B \to b\}.$$

A8 Von welchem maximalen Typ ist G? Begründen Sie Ihre Antwort.

A9 Geben Sie vier Wörter $w_1, w_2, w_3, w_4 \in L(G)$ mit $|w_1| = |w_2| = |w_3| = |w_4| = 4$ an.

A10 Beschreiben Sie die durch G erzeugte Sprache $L(G)$ in einer geeigneten Notation.

A8 G ist vom Typ 1 (kontextsensitiv) und nicht vom Typ 2 (kontextfrei).

A9 w1=aabb, w2=abab, w3=abba, w4=baba

A10 L(G) = { w in a,b^+ mit |w|a = |w|b }

Block D - Grammatiken: CNF/CYK

Gegeben sei das Wort $w = abac$ und die Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ mit

$$V = \{S, A, B, C, D\},\ \ \Sigma = \{a, b, c\} \text{ und}$$

$$P = \{S \to AB,\ A \to BA,\ A \to a, B \to AC,\ B \to BB,\ B \to b, C \to c,\ D \to AB\}.$$

A11 Ist die Grammatik G in *Chomsky*-Normalform? Begründen Sie Ihre Antwort.

A12 Entscheiden Sie mithilfe des Cocke-Younger-Kasami-Algorithmus, ob $w \in L(G)$ gilt. Transformieren Sie, falls notwendig, G in *Chomsky*-Normalform.

A13 Entfernen Sie in G, sofern vorhanden, nichtterminierende und nichterreichbare Symbole. Begründen Sie Ihr Vorgehen.

Block D - Grammatiken: CNF/CYK

Gegeben sei das Wort $w = abac$ und die Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ mit

$$V = \{S, A, B, C, D\},\ \ \Sigma = \{a, b, c\} \text{ und}$$

$$P = \{S \to AB,\ A \to BA,\ A \to a, B \to AC,\ B \to BB,\ B \to b, C \to c,\ D \to AB\}.$$

A11 Ist die Grammatik G in *Chomsky*-Normalform? Begründen Sie Ihre Antwort.

A12 Entscheiden Sie mithilfe des Cocke-Younger-Kasami-Algorithmus, ob $w \in L(G)$ gilt. Transformieren Sie, falls notwendig, G in *Chomsky*-Normalform.

A13 Entfernen Sie in G, sofern vorhanden, nichtterminierende und nichterreichbare Symbole. Begründen Sie Ihr Vorgehen.

A11 ja. Jede Regel ist von der Form A -> BC oder A -> x für A, B, C in V, x in Sigma.

A12 ...

A13 D ist nicht erreichbar, G’ = (V’, Sigma, P’, S) mit V’ = { S, A, B, C } und
P’ = { S -> AB, A -> BA, A -> a, B -> AC, B -> BB, B -> b, C -> c }
hat weder nichtterminierende noch nichterreichbare Symbole.

Block D - Grammatiken: CNF/CYK

Gegeben sei das Wort $w = abac$ und die Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ mit

$$V = \{S, A, B, C, D\},\ \Sigma = \{a, b, c\} \text{ und}$$

$$P = \{S \to AB,\ A \to BA,\ A \to a, B \to AC,\ B \to BB,\ B \to b, C \to c,\ D \to AB\}.$$

Block D - Grammatiken: CNF/CYK

Gegeben sei das Wort $w = abac$ und die Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ mit

$$V = \{S, A, B, C, D\},\ \Sigma = \{a, b, c\} \text{ und}$$

$$P = \{S \to AB,\ A \to BA,\ A \to a, B \to AC,\ B \to BB,\ B \to b, C \to c,\ D \to AB\}.$$

a				
b				
a				
c				
	a	b	a	c

Block D - Grammatiken: CNF/CYK

Gegeben sei das Wort $w = abac$ und die Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ mit

$$V = \{S, A, B, C, D\},\ \Sigma = \{a, b, c\} \text{ und}$$

$$P = \{S \to AB,\ A \to BA,\ \color{red}{A \to a}, B \to AC,\ B \to BB,\ B \to b, C \to c,\ D \to AB\}.$$

	a	b	a	c
a	$\{A\}$			
b				
a				
c				

Block D - Grammatiken: CNF/CYK

Gegeben sei das Wort $w = abac$ und die Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ mit

$$V = \{S, A, B, C, D\},\ \ \Sigma = \{a, b, c\} \text{ und}$$

$$P = \{S \to AB,\ A \to BA,\ A \to a, B \to AC,\ B \to BB,\ B \to b, C \to c,\ D \to AB\}.$$

a	$\{A\}$			
b		$\{B\}$		
a				
c				
	a	b	a	c

Gegeben sei das Wort $w = abac$ und die Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ mit

$$V = \{S, A, B, C, D\},\ \Sigma = \{a, b, c\} \text{ und}$$

$$P = \{S \to AB,\ A \to BA,\ A \to a, B \to AC,\ B \to BB,\ B \to b, C \to c,\ D \to AB\}.$$

a	$\{A\}$			
b		$\{B\}$		
a			$\{A\}$	
c				
	a	b	a	c

Block D - Grammatiken: CNF/CYK

Gegeben sei das Wort $w = abac$ und die Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ mit

$$V = \{S, A, B, C, D\},\ \Sigma = \{a, b, c\} \text{ und}$$

$$P = \{S \rightarrow AB,\ A \rightarrow BA,\ A \rightarrow a, B \rightarrow AC,\ B \rightarrow BB,\ B \rightarrow b, C \rightarrow c,\ D \rightarrow AB\}.$$

a	$\{A\}$			
b		$\{B\}$		
a			$\{A\}$	
c				$\{C\}$
	a	b	a	c

Block D - Grammatiken: CNF/CYK

Gegeben sei das Wort $w = abac$ und die Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ mit

$$V = \{S, A, B, C, D\},\ \Sigma = \{a, b, c\} \text{ und}$$

$$P = \{S \to AB,\ A \to BA,\ A \to a, B \to AC,\ B \to BB,\ B \to b, C \to c,\ D \to AB\}.$$

a	$\{A\}$	$\{D, S\}$		
b		$\{B\}$		
a			$\{A\}$	
c				$\{C\}$
	a	b	a	c

Block D - Grammatiken: CNF/CYK

Gegeben sei das Wort $w = abac$ und die Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ mit

$$V = \{S, A, B, C, D\},\ \Sigma = \{a, b, c\} \text{ und}$$

$$P = \{S \to AB,\ A \to BA,\ A \to a, B \to AC,\ B \to BB,\ B \to b, C \to c,\ D \to AB\}.$$

a	$\{A\}$	$\{D, S\}$		
b		$\{B\}$	$\{A\}$	
a			$\{A\}$	
c				$\{C\}$
	a	b	a	c

Block D - Grammatiken: CNF/CYK

Gegeben sei das Wort $w = abac$ und die Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ mit

$$V = \{S, A, B, C, D\},\ \Sigma = \{a, b, c\} \text{ und}$$

$$P = \{S \to AB,\ A \to BA,\ A \to a, B \to AC,\ B \to BB,\ B \to b, C \to c,\ D \to AB\}.$$

a	$\{A\}$	$\{D, S\}$		
b		$\{B\}$	$\{A\}$	
a			$\{A\}$	$\{B\}$
c				$\{C\}$
	a	b	a	c

Block D - Grammatiken: CNF/CYK

Gegeben sei das Wort $w = abac$ und die Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ mit

$$V = \{S, A, B, C, D\},\ \Sigma = \{a, b, c\} \text{ und}$$

$$P = \{S \to AB,\ A \to BA,\ A \to a, B \to AC,\ B \to BB,\ B \to b, C \to c,\ D \to AB\}.$$

a	$\{A\}$	$\{D, S\}$	$\varnothing$	
b		$\{B\}$	$\{A\}$	
a			$\{A\}$	$\{B\}$
c				$\{C\}$
	a	b	a	c

Block D - Grammatiken: CNF/CYK

Gegeben sei das Wort $w = abac$ und die Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ mit

$$V = \{S, A, B, C, D\},\ \Sigma = \{a, b, c\} \text{ und}$$

$$P = \{S \rightarrow AB,\ A \rightarrow BA,\ A \rightarrow a, B \rightarrow AC,\ B \rightarrow BB,\ B \rightarrow b, C \rightarrow c,\ D \rightarrow AB\}.$$

a	$\{A\}$	$\{D, S\}$	$\varnothing$	
b		$\{B\}$	$\{A\}$	$\{B\}$
a			$\{A\}$	$\{B\}$
c				$\{C\}$
	a	b	a	c

Block D - Grammatiken: CNF/CYK

Gegeben sei das Wort $w = abac$ und die Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ mit

$$V = \{S, A, B, C, D\},\ \Sigma = \{a, b, c\} \text{ und}$$

$$P = \{S \to AB,\ A \to BA,\ A \to a, B \to AC,\ B \to BB,\ B \to b, C \to c,\ D \to AB\}.$$

a	$\{A\}$	$\{D, S\}$	$\varnothing$	$\{D, S\}$
b		$\{B\}$	$\{A\}$	$\{B\}$
a			$\{A\}$	$\{B\}$
c				$\{C\}$
	a	b	a	c

Block D - Grammatiken: CNF/CYK

Gegeben sei das Wort $w = abac$ und die Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ mit

$$V = \{S, A, B, C, D\},\ \Sigma = \{a, b, c\} \text{ und}$$

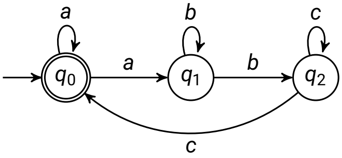
$$P = \{S \to AB,\ A \to BA,\ A \to a, B \to AC,\ B \to BB,\ B \to b, C \to c,\ D \to AB\}.$$

a	$\{A\}$	$\{D, S\}$	$\varnothing$	$\{D, S\}$
b		$\{B\}$	$\{A\}$	$\{B\}$
a			$\{A\}$	$\{B\}$
c				$\{C\}$
	a	b	a	c

Damit ist $w = abac \in L$.

Block E - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

Gegeben sei der NFA $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \delta, \{q_0\}, \{q_0\})$ mit δ:



A14 Berechnen Sie mithilfe des Arden-Lemmas einen regulären Ausdruck α mit $L(\alpha = L(\mathcal{M})$.

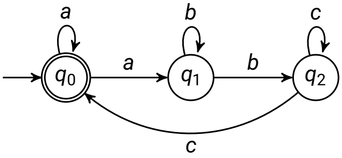
A15 Konstruieren Sie einen zu $\mathcal{M}$ äquivalenten DFA $\mathcal{M}'$. Verwenden Sie dazu die Potenzmengenkonstruktion aus der Vorlesung. Stellen Sie dabei sicher, dass der konstruierte Automat keine unerreichbaren Zustände enthält.

A16 Geben Sie die Nerode-Äquivalenzklassen für die nachfolgenden Sprachen an: $L_1 = L((ab)^*a^* \mid b)$ und $L_2 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w = w^R\}$

A17 Geben Sie den Minimalautomaten für L_1 an.

Block E - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

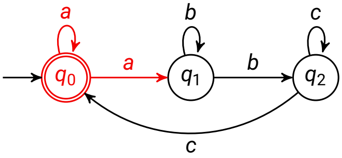
Gegeben sei der NFA $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \delta, \{q_0\}, \{q_0\})$ mit δ:



A14 Berechnen Sie mithilfe des Arden-Lemmas einen regulären Ausdruck α mit $L(\alpha = L(\mathcal{M})$.

Block E - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

Gegeben sei der NFA $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \delta, \{q_0\}, \{q_0\})$ mit δ:

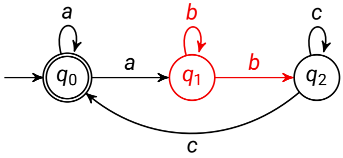


A14 Berechnen Sie mithilfe des Arden-Lemmas einen regulären Ausdruck α mit $L(\alpha = L(\mathcal{M})$.

$$\alpha_0 \equiv a\alpha_0 \mid a\alpha_1 \mid \varepsilon$$

Block E - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

Gegeben sei der NFA $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \delta, \{q_0\}, \{q_0\})$ mit δ:

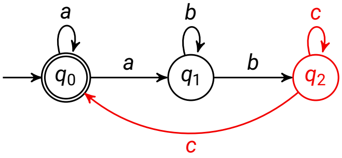


A14 Berechnen Sie mithilfe des Arden-Lemmas einen regulären Ausdruck α mit $L(\alpha = L(\mathcal{M})$.

$$
\begin{aligned}
\alpha_0 &\equiv a\alpha_0 \mid a\alpha_1 \mid \varepsilon \\
\alpha_1 &\equiv b\alpha_1 \mid b\alpha_2
\end{aligned}
$$

Block E - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

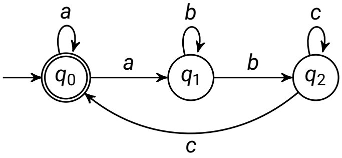
Gegeben sei der NFA $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \delta, \{q_0\}, \{q_0\})$ mit δ:



A14 Berechnen Sie mithilfe des Arden-Lemmas einen regulären Ausdruck α mit $L(\alpha = L(\mathcal{M})$.

$$
\begin{aligned}
\alpha_0 &\equiv a\alpha_0 \mid a\alpha_1 \mid \varepsilon \\
\alpha_1 &\equiv b\alpha_1 \mid b\alpha_2 \\
\alpha_2 &\equiv c\alpha_2 \mid c\alpha_0
\end{aligned}
$$

Gegeben sei der NFA $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \delta, \{q_0\}, \{q_0\})$ mit δ:

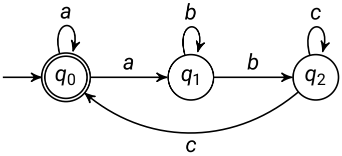


A14 Berechnen Sie mithilfe des Arden-Lemmas einen regulären Ausdruck α mit $L(\alpha = L(\mathcal{M})$.

$$
\begin{aligned}
\alpha_0 &\equiv a\alpha_0 \mid a\alpha_1 \mid \varepsilon \\
\alpha_1 &\equiv b\alpha_1 \mid b\alpha_2 \\
\alpha_2 &\equiv c\alpha_2 \mid c\alpha_0 \qquad \equiv \quad c^*c\alpha_0
\end{aligned}
$$

Block E - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

Gegeben sei der NFA $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \delta, \{q_0\}, \{q_0\})$ mit δ:

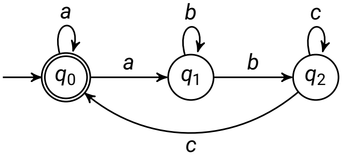


A14 Berechnen Sie mithilfe des Arden-Lemmas einen regulären Ausdruck α mit $L(\alpha = L(\mathcal{M})$.

$$\begin{aligned}
\alpha_0 &\equiv a\alpha_0 \mid a\alpha_1 \mid \varepsilon \\
\alpha_1 &\equiv b\alpha_1 \mid b\alpha_2 \\
\alpha_2 &\equiv c\alpha_2 \mid c\alpha_0 \qquad \equiv \quad c^*c\alpha_0 \equiv c^+\alpha_0
\end{aligned}$$

Block E - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

Gegeben sei der NFA $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \delta, \{q_0\}, \{q_0\})$ mit δ:

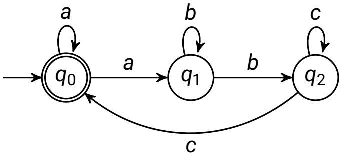


A14 Berechnen Sie mithilfe des Arden-Lemmas einen regulären Ausdruck α mit $L(\alpha = L(\mathcal{M})$.

$$
\begin{aligned}
\alpha_0 &\equiv a\alpha_0 \mid a\alpha_1 \mid \varepsilon \\
\alpha_1 &\equiv b\alpha_1 \mid b\alpha_2 && \equiv b^* b\alpha_2 \\
\alpha_2 &\equiv c\alpha_2 \mid c\alpha_0 && \equiv c^* c\alpha_0 \equiv c^+ \alpha_0
\end{aligned}
$$

Block E - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

Gegeben sei der NFA $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \delta, \{q_0\}, \{q_0\})$ mit δ:

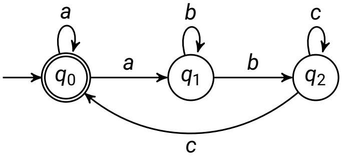


A14 Berechnen Sie mithilfe des Arden-Lemmas einen regulären Ausdruck α mit $L(\alpha = L(\mathcal{M})$.

$$
\begin{aligned}
\alpha_0 &\equiv a\alpha_0 \mid a\alpha_1 \mid \varepsilon \\
\alpha_1 &\equiv b\alpha_1 \mid b\alpha_2 && \equiv b^* b\alpha_2 \equiv b^+ \alpha_2 \\
\alpha_2 &\equiv c\alpha_2 \mid c\alpha_0 && \equiv c^* c\alpha_0 \equiv c^+ \alpha_0
\end{aligned}
$$

Block E - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

Gegeben sei der NFA $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \delta, \{q_0\}, \{q_0\})$ mit δ:

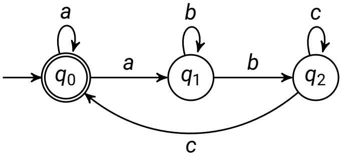


A14 Berechnen Sie mithilfe des Arden-Lemmas einen regulären Ausdruck α mit $L(\alpha = L(\mathcal{M})$.

$$
\begin{aligned}
\alpha_0 &\equiv a\alpha_0 \mid a\alpha_1 \mid \varepsilon &&\equiv a\alpha_0 \mid ab^+c^+\alpha_0 \mid \varepsilon \\
\alpha_1 &\equiv b\alpha_1 \mid b\alpha_2 &&\equiv b^*b\alpha_2 \equiv b^+\alpha_2 \\
\alpha_2 &\equiv c\alpha_2 \mid c\alpha_0 &&\equiv c^*c\alpha_0 \equiv c^+\alpha_0
\end{aligned}
$$

Block E - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

Gegeben sei der NFA $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \delta, \{q_0\}, \{q_0\})$ mit δ:

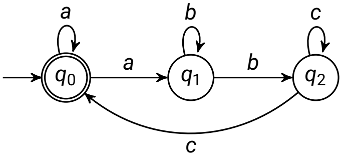


A14 Berechnen Sie mithilfe des Arden-Lemmas einen regulären Ausdruck α mit $L(\alpha = L(\mathcal{M})$.

$$
\begin{aligned}
\alpha_0 &\equiv a\alpha_0 \mid a\alpha_1 \mid \varepsilon &&\equiv a\alpha_0 \mid ab^+c^+\alpha_0 \mid \varepsilon &&\equiv (a \mid ab^+c^+)^* \\
\alpha_1 &\equiv b\alpha_1 \mid b\alpha_2 &&\equiv b^*b\alpha_2 \equiv b^+\alpha_2 \\
\alpha_2 &\equiv c\alpha_2 \mid c\alpha_0 &&\equiv c^*c\alpha_0 \equiv c^+\alpha_0
\end{aligned}
$$

Block E - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

Gegeben sei der NFA $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \delta, \{q_0\}, \{q_0\})$ mit δ:

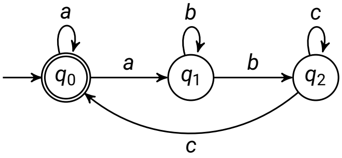


A14 Berechnen Sie mithilfe des Arden-Lemmas einen regulären Ausdruck α mit $L(\alpha = L(\mathcal{M})$.

Gleichungssystem + Arden-Lemma von Unten nach Oben angewandt:
x0 == ax0 | ax1 | eps == ax0 | ab+c+x0 | eps == (a|ab+c+)*
x1 == bx1 | bx2 == b*bx2 == b+x2
x2 == cx2 | cx0 == c*cx0 == c+x0
Der gesuchte reguläre Ausdruck ist also alpha = (a|ab+c+)*

Block E - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

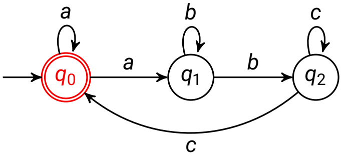
Gegeben sei der NFA $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \delta, \{q_0\}, \{q_0\})$ mit δ:



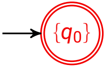
A15 DFA $\mathcal{M}'$:

Block E - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

Gegeben sei der NFA $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \delta, \{q_0\}, \{q_0\})$ mit δ:

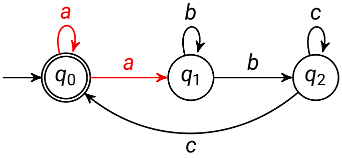


A15 DFA $\mathcal{M}'$:

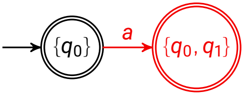


Block E - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

Gegeben sei der NFA $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \delta, \{q_0\}, \{q_0\})$ mit δ:

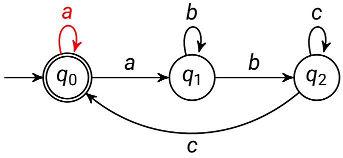


A15 DFA $\mathcal{M}'$:

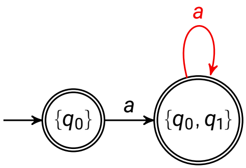


Block E - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

Gegeben sei der NFA $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \delta, \{q_0\}, \{q_0\})$ mit δ:

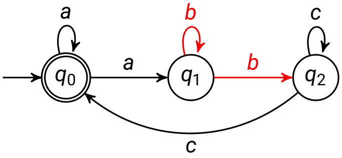


A15 DFA $\mathcal{M}'$:

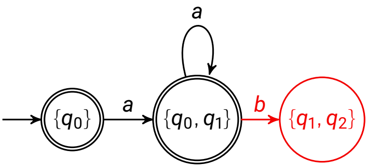


Block E - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

Gegeben sei der NFA $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \delta, \{q_0\}, \{q_0\})$ mit δ:

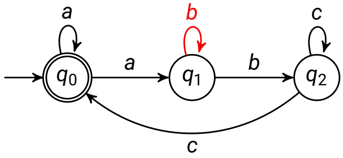


A15 DFA $\mathcal{M}'$:

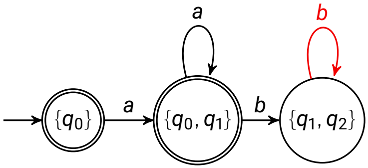


Block E - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

Gegeben sei der NFA $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \delta, \{q_0\}, \{q_0\})$ mit δ:

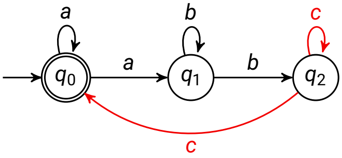


A15 DFA $\mathcal{M}'$:

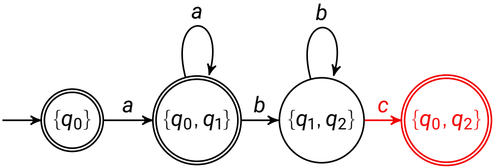


Block E - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

Gegeben sei der NFA $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \delta, \{q_0\}, \{q_0\})$ mit δ:

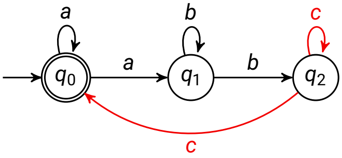


A15 DFA $\mathcal{M}'$:

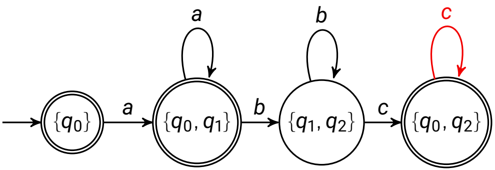


Block E - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

Gegeben sei der NFA $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \delta, \{q_0\}, \{q_0\})$ mit δ:

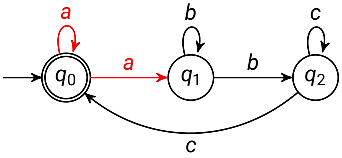


A15 DFA $\mathcal{M}'$:

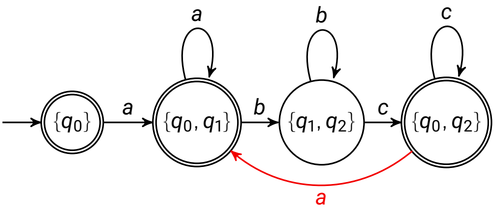


Block E - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

Gegeben sei der NFA $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \delta, \{q_0\}, \{q_0\})$ mit δ:

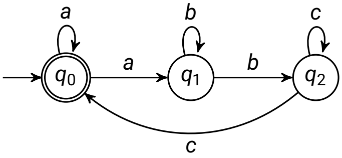


A15 DFA $\mathcal{M}'$:

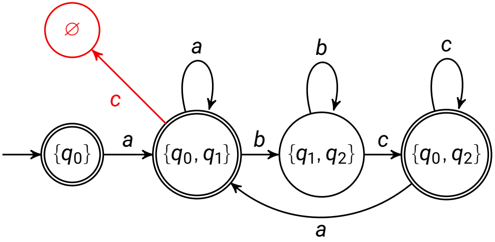


Block E - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

Gegeben sei der NFA $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \delta, \{q_0\}, \{q_0\})$ mit δ:

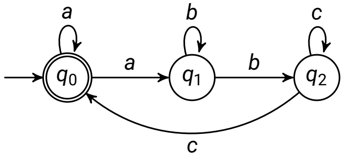


A15 DFA $\mathcal{M}'$:

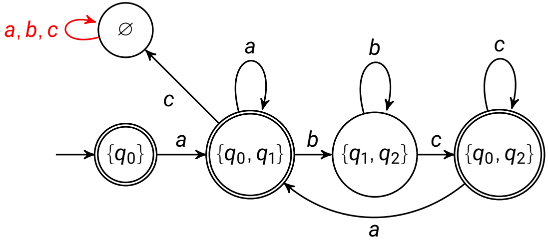


Block E - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

Gegeben sei der NFA $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \delta, \{q_0\}, \{q_0\})$ mit δ:

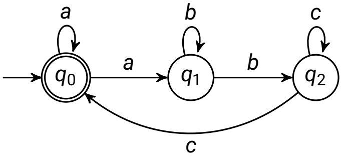


A15 DFA $\mathcal{M}'$:

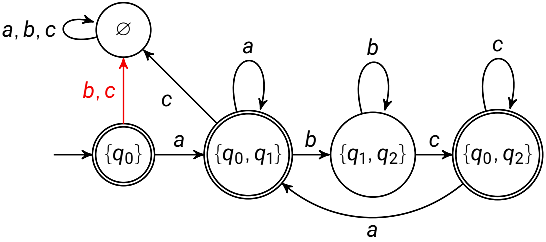


Block E - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

Gegeben sei der NFA $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \delta, \{q_0\}, \{q_0\})$ mit δ:

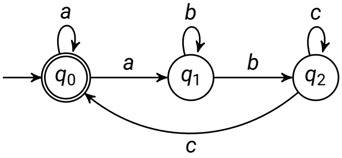


A15 DFA $\mathcal{M}'$:

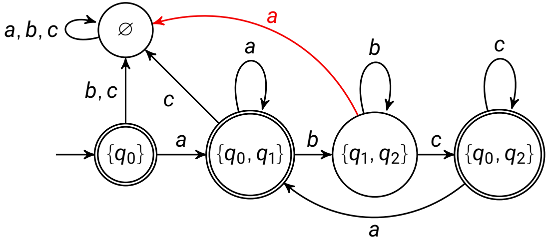


Block E - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

Gegeben sei der NFA $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \delta, \{q_0\}, \{q_0\})$ mit δ:

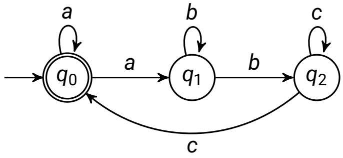


A15 DFA $\mathcal{M}'$:

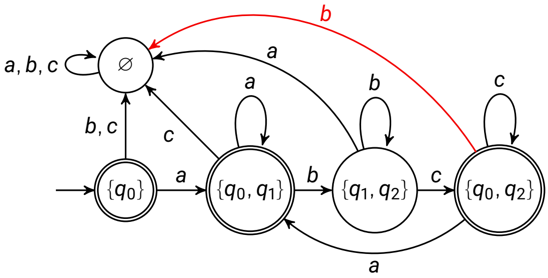


Block E - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

Gegeben sei der NFA $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \delta, \{q_0\}, \{q_0\})$ mit δ:

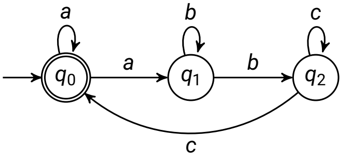


A15 DFA $\mathcal{M}'$:

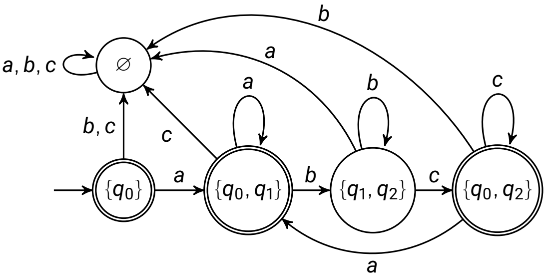


Block E - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

Gegeben sei der NFA $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \delta, \{q_0\}, \{q_0\})$ mit δ:

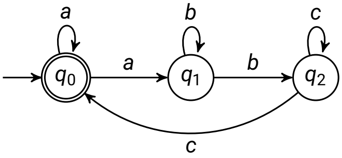


A15 DFA $\mathcal{M}'$:



Block E - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

Gegeben sei der NFA $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \delta, \{q_0\}, \{q_0\})$ mit δ:



M'=({{q0},{q0,q1},{q1,q2},{q0,q2},{}},{a,b,c},delta',{{q0}},{{q0},{q0,q1},{q0,q2}})
mit delta' gegeben durch
{q0} -a-> {q0,q1}, {q0} -b,c-> {}
{q0,q1} -a-> {q0,q1}, {q0,q1} -b-> {q1,q2}, {q0,q1} -c-> {}
{q1,q2} -a-> {}, {q1,q2} -b-> {q1,q2}, {q1,q2} -c-> {q0,q2}
{q0,q2} -a-> {q0,q1}, {q0,q2} -b-> {}, {q0,q2} -c-> {q0,q2}
{} -a,b,c-> {}

16+17 Geben Sie die Nerode-Äquivalenzklassen für die nachfolgenden Sprachen an und geben Sie den Minimalautomaten für L_1 an.

$$L_1 = L((ab)^*a^* \mid b) \quad \text{und} \quad L_2 = \{w \in \{a,b\}^* \mid w = w^R\}$$

16+17 Geben Sie die Nerode-Äquivalenzklassen für die nachfolgenden Sprachen an und geben Sie den Minimalautomaten für L_1 an.

$$L_1 = L((ab)^* a^* \mid b) \quad \text{und} \quad L_2 = \{w \in \{a,b\}^* \mid w = w^R\}$$

Für L_1 lauten die Äquivalenzklassen:

$$\begin{aligned} [\varepsilon]_{L_1} &= L(\varepsilon) & \qquad [a]_{L_1} &= L((ab)^* a) \\ [b]_{L_1} &= L(b) & \qquad [aa]_{L_1} &= L((ab)^* aaa^*) \\ [ab]_{L_1} &= L(ab(ab)^*) & \qquad [ba]_{L_1} &= (a,b)^* \setminus L_1 \end{aligned}$$

Block E - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

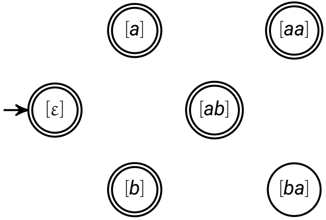
16+17 Geben Sie die Nerode-Äquivalenzklassen für die nachfolgenden Sprachen an und geben Sie den Minimalautomaten für L_1 an.

$$L_1 = L((ab)^*a^* \mid b) \quad \text{und} \quad L_2 = \{w \in \{a,b\}^* \mid w = w^R\}$$

Für L_1 lauten die Äquivalenzklassen:

$$\begin{aligned}
[\varepsilon]_{L_1} &= L(\varepsilon) & [a]_{L_1} &= L((ab)^*a) \\
[b]_{L_1} &= L(b) & [aa]_{L_1} &= L((ab)^*aaa^*) \\
[ab]_{L_1} &= L(ab(ab)^*) & [ba]_{L_1} &= (a,b)^* \setminus L_1
\end{aligned}$$

Minimalautomat:



Block E - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

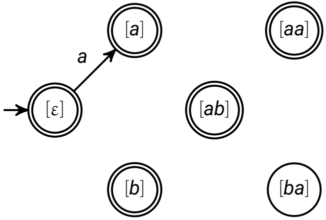
16+17 Geben Sie die Nerode-Äquivalenzklassen für die nachfolgenden Sprachen an und geben Sie den Minimalautomaten für L_1 an.

$$L_1 = L((ab)^*a^* \mid b) \quad \text{und} \quad L_2 = \{w \in \{a,b\}^* \mid w = w^R\}$$

Für L_1 lauten die Äquivalenzklassen:

$$\begin{aligned} [\varepsilon]_{L_1} &= L(\varepsilon) & [a]_{L_1} &= L((ab)^*a) \\ [b]_{L_1} &= L(b) & [aa]_{L_1} &= L((ab)^*aaa^*) \\ [ab]_{L_1} &= L(ab(ab)^*) & [ba]_{L_1} &= (a,b)^* \setminus L_1 \end{aligned}$$

Minimalautomat:



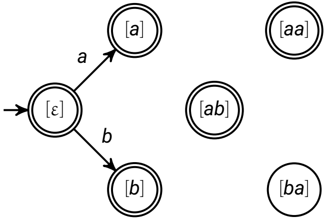
16+17 Geben Sie die Nerode-Äquivalenzklassen für die nachfolgenden Sprachen an und geben Sie den Minimalautomaten für L_1 an.

$$L_1 = L((ab)^*a^* \mid b) \quad \text{und} \quad L_2 = \{w \in \{a,b\}^* \mid w = w^R\}$$

Für L_1 lauten die Äquivalenzklassen:

$$\begin{aligned} [\varepsilon]_{L_1} &= L(\varepsilon) & [a]_{L_1} &= L((ab)^*a) \\ [b]_{L_1} &= L(b) & [aa]_{L_1} &= L((ab)^*aaa^*) \\ [ab]_{L_1} &= L(ab(ab)^*) & [ba]_{L_1} &= (a,b)^* \setminus L_1 \end{aligned}$$

Minimalautomat:



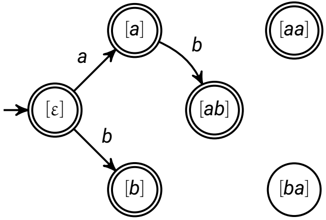
16+17 Geben Sie die Nerode-Äquivalenzklassen für die nachfolgenden Sprachen an und geben Sie den Minimalautomaten für L_1 an.

$$L_1 = L((ab)^* a^* \mid b) \quad \text{und} \quad L_2 = \{w \in \{a,b\}^* \mid w = w^R\}$$

Für L_1 lauten die Äquivalenzklassen:

$$\begin{aligned} [\varepsilon]_{L_1} &= L(\varepsilon) & [a]_{L_1} &= L((ab)^* a) \\ [b]_{L_1} &= L(b) & [aa]_{L_1} &= L((ab)^* aaa^*) \\ [ab]_{L_1} &= L(ab(ab)^*) & [ba]_{L_1} &= (a,b)^* \setminus L_1 \end{aligned}$$

Minimalautomat:



Block E - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

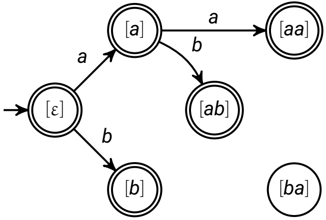
16+17 Geben Sie die Nerode-Äquivalenzklassen für die nachfolgenden Sprachen an und geben Sie den Minimalautomaten für L_1 an.

$$L_1 = L((ab)^*a^* \mid b) \quad \text{und} \quad L_2 = \{w \in \{a,b\}^* \mid w = w^R\}$$

Für L_1 lauten die Äquivalenzklassen:

$$\begin{aligned} [\varepsilon]_{L_1} &= L(\varepsilon) & [a]_{L_1} &= L((ab)^*a) \\ [b]_{L_1} &= L(b) & [aa]_{L_1} &= L((ab)^*aaa^*) \\ [ab]_{L_1} &= L(ab(ab)^*) & [ba]_{L_1} &= (a,b)^* \setminus L_1 \end{aligned}$$

Minimalautomat:



Block E - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

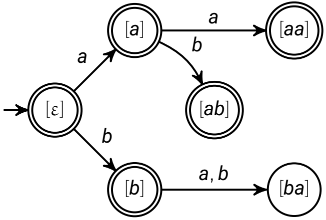
16+17 Geben Sie die Nerode-Äquivalenzklassen für die nachfolgenden Sprachen an und geben Sie den Minimalautomaten für L_1 an.

$$L_1 = L((ab)^*a^* \mid b) \quad \text{und} \quad L_2 = \{w \in \{a,b\}^* \mid w = w^R\}$$

Für L_1 lauten die Äquivalenzklassen:

$$\begin{aligned}
[\varepsilon]_{L_1} &= L(\varepsilon) & [a]_{L_1} &= L((ab)^*a) \\
[b]_{L_1} &= L(b) & [aa]_{L_1} &= L((ab)^*aaa^*) \\
[ab]_{L_1} &= L(ab(ab)^*) & [ba]_{L_1} &= (a,b)^* \setminus L_1
\end{aligned}$$

Minimalautomat:



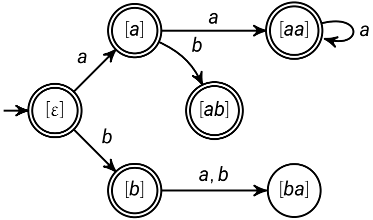
16+17 Geben Sie die Nerode-Äquivalenzklassen für die nachfolgenden Sprachen an und geben Sie den Minimalautomaten für L_1 an.

$$L_1 = L((ab)^*a^* \mid b) \quad \text{und} \quad L_2 = \{w \in \{a,b\}^* \mid w = w^R\}$$

Für L_1 lauten die Äquivalenzklassen:

$$\begin{aligned} [\varepsilon]_{L_1} &= L(\varepsilon) & [a]_{L_1} &= L((ab)^*a) \\ [b]_{L_1} &= L(b) & [aa]_{L_1} &= L((ab)^*aaa^*) \\ [ab]_{L_1} &= L(ab(ab)^*) & [ba]_{L_1} &= (a,b)^* \setminus L_1 \end{aligned}$$

Minimalautomat:



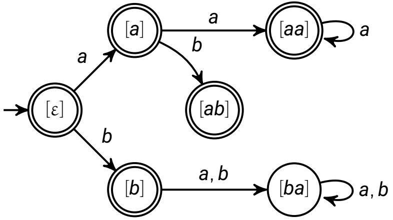
16+17 Geben Sie die Nerode-Äquivalenzklassen für die nachfolgenden Sprachen an und geben Sie den Minimalautomaten für L_1 an.

$$L_1 = L((ab)^*a^* \mid b) \quad \text{und} \quad L_2 = \{w \in \{a,b\}^* \mid w = w^R\}$$

Für L_1 lauten die Äquivalenzklassen:

$$\begin{aligned} [\varepsilon]_{L_1} &= L(\varepsilon) & [a]_{L_1} &= L((ab)^*a) \\ [b]_{L_1} &= L(b) & [aa]_{L_1} &= L((ab)^*aaa^*) \\ [ab]_{L_1} &= L(ab(ab)^*) & [ba]_{L_1} &= (a,b)^* \setminus L_1 \end{aligned}$$

Minimalautomat:



Block E - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

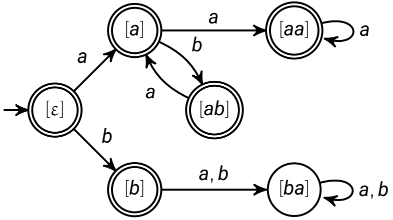
16+17 Geben Sie die Nerode-Äquivalenzklassen für die nachfolgenden Sprachen an und geben Sie den Minimalautomaten für L_1 an.

$$L_1 = L((ab)^*a^* \mid b) \quad \text{und} \quad L_2 = \{w \in \{a,b\}^* \mid w = w^R\}$$

Für L_1 lauten die Äquivalenzklassen:

$$[\varepsilon]_{L_1} = L(\varepsilon) \qquad [a]_{L_1} = L((ab)^*a)$$
$$[b]_{L_1} = L(b) \qquad [aa]_{L_1} = L((ab)^*aaa^*)$$
$$[ab]_{L_1} = L(ab(ab)^*) \qquad [ba]_{L_1} = (a,b)^* \setminus L_1$$

Minimalautomat:



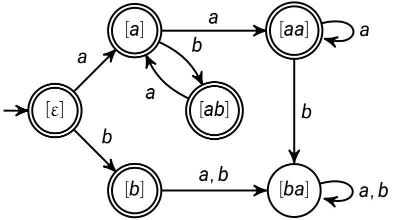
16+17 Geben Sie die Nerode-Äquivalenzklassen für die nachfolgenden Sprachen an und geben Sie den Minimalautomaten für L_1 an.

$$L_1 = L((ab)^*a^* \mid b) \quad \text{und} \quad L_2 = \{w \in \{a,b\}^* \mid w = w^R\}$$

Für L_1 lauten die Äquivalenzklassen:

$$\begin{aligned} [\varepsilon]_{L_1} &= L(\varepsilon) & [a]_{L_1} &= L((ab)^*a) \\ [b]_{L_1} &= L(b) & [aa]_{L_1} &= L((ab)^*aaa^*) \\ [ab]_{L_1} &= L(ab(ab)^*) & [ba]_{L_1} &= (a,b)^* \setminus L_1 \end{aligned}$$

Minimalautomat:



Block E - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

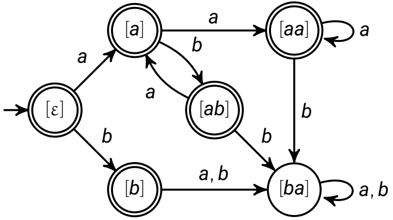
16+17 Geben Sie die Nerode-Äquivalenzklassen für die nachfolgenden Sprachen an und geben Sie den Minimalautomaten für L_1 an.

$$L_1 = L((ab)^*a^* \mid b) \quad \text{und} \quad L_2 = \{w \in \{a,b\}^* \mid w = w^R\}$$

Für L_1 lauten die Äquivalenzklassen:

$$\begin{aligned}
[\varepsilon]_{L_1} &= L(\varepsilon) & [a]_{L_1} &= L((ab)^*a)\\
[b]_{L_1} &= L(b) & [aa]_{L_1} &= L((ab)^*aaa^*)\\
[ab]_{L_1} &= L(ab(ab)^*) & [ba]_{L_1} &= (a,b)^* \setminus L_1
\end{aligned}$$

Minimalautomat:



Block E - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

16+17 Geben Sie die Nerode-Äquivalenzklassen für die nachfolgenden Sprachen an und geben Sie den Minimalautomaten für L_1 an.

$$L_1 = L((ab)^* a^* \mid b) \quad \text{und} \quad L_2 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w = w^R\}$$

Für L_2 lauten die Äquivalenzklassen: $[w]_{L_2} = \{w\}$ mit $w \in \{a, b\}^*$.

16+17 Geben Sie die Nerode-Äquivalenzklassen für die nachfolgenden Sprachen an und geben Sie den Minimalautomaten für L_1 an.

$$L_1 = L((ab)^*a^* \mid b) \quad \text{und} \quad L_2 = \{w \in \{a,b\}^* \mid w = w^R\}$$

Für L_2 lauten die Äquivalenzklassen: $[w]_{L_2} = \{w\}$ mit $w \in \{a,b\}^*$.

D.h. jedes Wort aus $\{a,b\}^*$ bildet eine eigene Äquivalenzklasse.

Block E - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

16+17 Geben Sie die Nerode-Äquivalenzklassen für die nachfolgenden Sprachen an und geben Sie den Minimalautomaten für L_1 an.

$$L_1 = L((ab)^*a^* \mid b) \quad \text{und} \quad L_2 = \{w \in \{a,b\}^* \mid w = w^R\}$$

Für L_2 lauten die Äquivalenzklassen: $[w]_{L_2} = \{w\}$ mit $w \in \{a,b\}^*$.

D.h. jedes Wort aus $\{a,b\}^*$ bildet eine eigene Äquivalenzklasse.

Damit ist der Nerode-Index von L_2 unendlich, d.h. die Sprache L_2 ist nicht regulär.

Beweis:

Angenommen, es gibt zwei Wörter $v, w \in [v]$ mit $v \neq w$ und $|v| \geqslant |w|$.

Beweis:

Angenommen, es gibt zwei Wörter $v, w \in [v]$ mit $v \neq w$ und $|v| \geqslant |w|$.

Falls $|v| = |w|$, so ist $vv^R \in L_2$, aber $wv^R \notin L_2$, also $v \not\sim_{L_2} w$.

Beweis:

Angenommen, es gibt zwei Wörter $v, w \in [v]$ mit $v \neq w$ und $|v| \geqslant |w|$.

Falls $|v| = |w|$, so ist $vv^R \in L_2$, aber $wv^R \notin L_2$, also $v \not\sim_{L_2} w$.

Ansonsten gilt $|v| > |w|$.

Beweis:

Angenommen, es gibt zwei Wörter $v, w \in [v]$ mit $v \neq w$ und $|v| \geqslant |w|$.

Falls $|v| = |w|$, so ist $vv^R \in L_2$, aber $wv^R \notin L_2$, also $v \not\sim_{L_2} w$.

Ansonsten gilt $|v| > |w|$.

Falls $wv^R \notin L_2$ ist, so gilt $v \not\sim_{L_2} w$, denn $vv^R \in L_2$.

Beweis:

Angenommen, es gibt zwei Wörter $v, w \in [v]$ mit $v \neq w$ und $|v| \geqslant |w|$.

Falls $|v| = |w|$, so ist $vv^R \in L_2$, aber $wv^R \notin L_2$, also $v \not\sim_{L_2} w$.

Ansonsten gilt $|v| > |w|$.

Falls $wv^R \notin L_2$ ist, so gilt $v \not\sim_{L_2} w$, denn $vv^R \in L_2$.

Ist auch $wv^R \in L_2$, betrachte die Zerlegung $wv^R = wxyz$, wobei $|wx| = |z|$ und $1 \leqslant |y| \leqslant 2$.

Beweis:

Angenommen, es gibt zwei Wörter $v, w \in [v]$ mit $v \neq w$ und $|v| \geqslant |w|$.
Falls $|v| = |w|$, so ist $vv^R \in L_2$, aber $wv^R \notin L_2$, also $v \not\sim_{L_2} w$.
Ansonsten gilt $|v| > |w|$.
Falls $wv^R \notin L_2$ ist, so gilt $v \not\sim_{L_2} w$, denn $vv^R \in L_2$.
Ist auch $wv^R \in L_2$, betrachte die Zerlegung $wv^R = wxyz$, wobei $|wx| = |z|$ und $1 \leqslant |y| \leqslant 2$.
Insbesondere ist $(wxy)^R = y^R(wx)^R = yz$, also $y^R = y$.

Beweis:

Angenommen, es gibt zwei Wörter $v, w \in [v]$ mit $v \neq w$ und $|v| \geqslant |w|$.

Falls $|v| = |w|$, so ist $vv^R \in L_2$, aber $wv^R \notin L_2$, also $v \not\sim_{L_2} w$.

Ansonsten gilt $|v| > |w|$.

Falls $wv^R \notin L_2$ ist, so gilt $v \not\sim_{L_2} w$, denn $vv^R \in L_2$.

Ist auch $wv^R \in L_2$, betrachte die Zerlegung $wv^R = wxyz$, wobei $|wx| = |z|$ und $1 \leqslant |y| \leqslant 2$.

Insbesondere ist $(wxy)^R = y^R(wx)^R = yz$, also $y^R = y$.

Betrachte $wx\bar{y}z$, wobei $\bar{y}$ aus y entsteht, indem jedes a durch b (und umgekehrt) ersetzt wird.

Beweis:

Angenommen, es gibt zwei Wörter $v, w \in [v]$ mit $v \neq w$ und $|v| \geqslant |w|$.

Falls $|v| = |w|$, so ist $vv^R \in L_2$, aber $wv^R \notin L_2$, also $v \not\sim_{L_2} w$.

Ansonsten gilt $|v| > |w|$.

Falls $wv^R \notin L_2$ ist, so gilt $v \not\sim_{L_2} w$, denn $vv^R \in L_2$.

Ist auch $wv^R \in L_2$, betrachte die Zerlegung $wv^R = wxyz$, wobei $|wx| = |z|$ und $1 \leqslant |y| \leqslant 2$.

Insbesondere ist $(wxy)^R = y^R(wx)^R = yz$, also $y^R = y$.

Betrachte $wx\bar{y}z$, wobei $\bar{y}$ aus y entsteht, indem jedes a durch b (und umgekehrt) ersetzt wird.

Dann ist auch $wx\bar{y}z \in L_2$.

Beweis:

Angenommen, es gibt zwei Wörter $v, w \in [v]$ mit $v \neq w$ und $|v| \geqslant |w|$.

Falls $|v| = |w|$, so ist $vv^R \in L_2$, aber $wv^R \notin L_2$, also $v \not\sim_{L_2} w$.

Ansonsten gilt $|v| > |w|$.

Falls $wv^R \notin L_2$ ist, so gilt $v \not\sim_{L_2} w$, denn $vv^R \in L_2$.

Ist auch $wv^R \in L_2$, betrachte die Zerlegung $wv^R = wxyz$, wobei $|wx| = |z|$ und $1 \leqslant |y| \leqslant 2$.

Insbesondere ist $(wxy)^R = y^R(wx)^R = yz$, also $y^R = y$.

Betrachte $wx\bar{y}z$, wobei $\bar{y}$ aus y entsteht, indem jedes a durch b (und umgekehrt) ersetzt wird.

Dann ist auch $wx\bar{y}z \in L_2$.

Aber $v^R = xyz \neq x\bar{y}z$, also ist $vx\bar{y}z \notin L_2$.

Beweis:

Angenommen, es gibt zwei Wörter $v, w \in [v]$ mit $v \neq w$ und $|v| \geqslant |w|$.

Falls $|v| = |w|$, so ist $vv^R \in L_2$, aber $wv^R \notin L_2$, also $v \not\sim_{L_2} w$.

Ansonsten gilt $|v| > |w|$.

Falls $wv^R \notin L_2$ ist, so gilt $v \not\sim_{L_2} w$, denn $vv^R \in L_2$.

Ist auch $wv^R \in L_2$, betrachte die Zerlegung $wv^R = wxyz$, wobei $|wx| = |z|$ und $1 \leqslant |y| \leqslant 2$.

Insbesondere ist $(wxy)^R = y^R(wx)^R = yz$, also $y^R = y$.

Betrachte $wx\bar{y}z$, wobei $\bar{y}$ aus y entsteht, indem jedes a durch b (und umgekehrt) ersetzt wird.

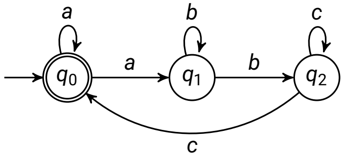
Dann ist auch $wx\bar{y}z \in L_2$.

Aber $v^R = xyz \neq x\bar{y}z$, also ist $vx\bar{y}z \notin L_2$.

Damit $v \not\sim_{L_2} w$.

Block E - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

Gegeben sei der NFA $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \delta, \{q_0\}, \{q_0\})$ mit δ:

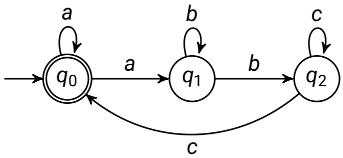


A16 Geben Sie die Nerode-Äquivalenzklassen für die nachfolgenden Sprachen an: $L_1 = L((ab)^*a^* \mid b)$ und $L_2 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w = w^R\}$

Für L1 lauten die Äquivalenzklassen:
[eps]=L(eps), [a]=L((ab)*a), [b]=L(b), [aa]=L((ab)*aaa*), [ab]=L(ab(ab)*), [ba]=(a,b)*\L1
Für L2 lauten die Äquivalenzklassen: [w]=w für alle w in a,b*. Das heißt, jedes Wort aus a,b* bildet eine eigene Äquivalenzklasse. Der Nerode-Index von L2 ist unendlich, womit L2 nicht regulär ist.

Block E - NFA/DFA/Nerode/Minimalautomat

Gegeben sei der NFA $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \delta, \{q_0\}, \{q_0\})$ mit δ:



A17 Geben Sie den Minimalautomaten für L_1 an.

M1 = ({[eps], [a], [b], [aa], [ab], [ba]}, {a,b}, delta, [eps], {[eps], [a], [b], [aa], [ab]}) mit delta:
[eps] -a-> [a], [eps] -b-> [b],
[a] -a-> [aa], [a] -b-> [ab],
[b] -a,b-> [ba],
[aa] -a-> [aa], [aa] -b-> [ba],
[ab] -a-> [a], [ab] -b-> [ba],
[ba] -a,b-> [ba]

Block F - Abschlusseigenschaften

Gegeben seien die Sprachen

$$L_1 = \{a^n b^m c^n \mid n, m \geqslant 1\} \text{ und } L_2 = \{a^k b^l c^p \mid k, l, p \geqslant 1 \text{ und } k \neq p\}.$$

Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen. Begründen Sie Ihre Antworten. Dabei dürfen Sie den gesamten Stoff und alle Resultate der Vorlesung und Übung verwenden.

A18 $L_1 \setminus L_2$ ist kontextfrei.

A19 $L_1 \cap L_2$ ist regulär.

Block F - Abschlusseigenschaften

Gegeben seien die Sprachen

$$L_1 = \{a^n b^m c^n \mid n, m \geqslant 1\} \text{ und } L_2 = \{a^k b^l c^p \mid k, l, p \geqslant 1 \text{ und } k \neq p\}.$$

Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen. Begründen Sie Ihre Antworten. Dabei dürfen Sie den gesamten Stoff und alle Resultate der Vorlesung und Übung verwenden.

A18 $L_1 \setminus L_2$ ist kontextfrei.

A19 $L_1 \cap L_2$ ist regulär. $L_1 \cap L_2 = \varnothing$ und damit regulär.

Block F - Abschlusseigenschaften

Gegeben seien die Sprachen

$$L_1 = \{a^n b^m c^n \mid n, m \geqslant 1\} \text{ und } L_2 = \{a^k b^l c^p \mid k, l, p \geqslant 1 \text{ und } k \neq p\}.$$

Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen. Begründen Sie Ihre Antworten. Dabei dürfen Sie den gesamten Stoff und alle Resultate der Vorlesung und Übung verwenden.

A18 $L_1 \setminus L_2$ ist kontextfrei.

A19 $L_1 \cap L_2$ ist regulär. $L_1 \cap L_2 = \varnothing$ und damit regulär.

L_1 ist kontextfrei (Typ 2), sogar det. kontextfrei, aber nicht regulär:

Block F - Abschlusseigenschaften

Gegeben seien die Sprachen

$$L_1 = \{a^n b^m c^n \mid n, m \geqslant 1\} \text{ und } L_2 = \{a^k b^l c^p \mid k, l, p \geqslant 1 \text{ und } k \neq p\}.$$

Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen. Begründen Sie Ihre Antworten. Dabei dürfen Sie den gesamten Stoff und alle Resultate der Vorlesung und Übung verwenden.

A18 $L_1 \setminus L_2$ ist kontextfrei.

A19 $L_1 \cap L_2$ ist regulär. $L_1 \cap L_2 = \varnothing$ und damit regulär.

L_1 ist kontextfrei (Typ 2), sogar det. kontextfrei, aber nicht regulär:

$$G_1 = (V_1, \Sigma, P_1, S) \text{ mit } V_1 = \{S, A, B, C\},\ \Sigma = \{a, b, c\} \text{ und}$$
$$P_1 = \{S \to ABC \mid ASC,\ B \to b \mid bB,\ A \to a,\ C \to c\}$$

Block F - Abschlusseigenschaften

Gegeben seien die Sprachen

$$L_1 = \{a^n b^m c^n \mid n, m \geqslant 1\} \text{ und } L_2 = \{a^k b^l c^p \mid k, l, p \geqslant 1 \text{ und } k \neq p\}.$$

Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen. Begründen Sie Ihre Antworten. Dabei dürfen Sie den gesamten Stoff und alle Resultate der Vorlesung und Übung verwenden.

A18 $L_1 \setminus L_2$ ist kontextfrei. wegen $L_1 \cap L_2 = \varnothing$ ist $L_1 \setminus L_2 = L_1$, also kontextfrei.

A19 $L_1 \cap L_2$ ist regulär. $L_1 \cap L_2 = \varnothing$ und damit regulär.

L_1 ist kontextfrei (Typ 2), sogar det. kontextfrei, aber nicht regulär:

$$G_1 = (V_1, \Sigma, P_1, S) \text{ mit } V_1 = \{S, A, B, C\},\ \Sigma = \{a, b, c\} \text{ und}$$
$$P_1 = \{S \to ABC \mid ASC,\ B \to b \mid bB,\ A \to a,\ C \to c\}$$

Block F - Abschlusseigenschaften

Gegeben seien die Sprachen

$$L_1 = \{a^n b^m c^n \mid n, m \geqslant 1\} \text{ und } L_2 = \{a^k b^l c^p \mid k, l, p \geqslant 1 \text{ und } k \neq p\}.$$

Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen. Begründen Sie Ihre Antworten. Dabei dürfen Sie den gesamten Stoff und alle Resultate der Vorlesung und Übung verwenden.

A18 $L_1 \setminus L_2$ ist kontextfrei.

A19 $L_1 \cap L_2$ ist regulär.

Wegen L1 & L2 = 0 ist L1\L2 = L1. L1 ist kontextfrei (Typ 2) mit der folgenden Grammatik:
G 1 = (V1,Sigma,P1,S) mit V1= {S,A,B,C}, Sigma={a,b,c} und
P1 = {S -> ABC | ASC, B -> b | bB, A -> a, C -> c}
L1 & L2 = 0, da in Wörtern von L1 exakt die gleiche Anzahl von a's und c's vorkommen und in L2 diese Anzahlen nicht gleich sein dürfen.

Block G - Resolution (nicht Revolution)

A20 Zeigen Sie, dass die Formel

$$F :\equiv \neg b \vee \Big((\neg a \vee \neg c \vee d) \wedge (\neg d \vee (a \wedge \neg c)) \Big)$$

äquivalent zu einer Horn-Formel ist.

A21 Nutzen Sie das Resolutionsverfahren, um zu zeigen, dass

$$\{ (\neg a \vee b), (\neg a \vee d), (\neg b \vee \neg d \vee c), (\neg d \vee \neg c \vee \neg a)\} \models \neg a$$

gilt.

A22 Begründen Sie, warum die Hyperresolution für Horn-Formeln immer in polynomieller Zeit terminiert.

Block G - Resolution (nicht Revolution)

A20 Zeigen Sie, dass die Formel

$$F := \neg b \vee \Big((\neg a \vee \neg c \vee d) \wedge (\neg d \vee (a \wedge \neg c)) \Big)$$

äquivalent zu einer Horn-Formel ist.

Block G - Resolution (nicht Revolution)

A20 Zeigen Sie, dass die Formel

$$F := \neg b \vee \Big((\neg a \vee \neg c \vee d) \wedge (\neg d \vee (a \wedge \neg c)) \Big)$$

äquivalent zu einer Horn-Formel ist.

Umwandlung in KNF ergibt:

$$\begin{aligned} F &= \neg b \vee ((\neg a \vee \neg c \vee d) \wedge (\neg d \vee (a \wedge \neg c))) \\ &\equiv (\neg a \vee \neg b \vee \neg c \vee d) \wedge (\neg b \vee \neg d \vee (a \wedge \neg c)) \\ &\equiv (\neg a \vee \neg b \vee \neg c \vee d) \wedge (a \vee \neg b \vee \neg d) \wedge (\neg b \vee \neg c \vee \neg d) \end{aligned}$$

.

Block G - Resolution (nicht Revolution)

A20 Zeigen Sie, dass die Formel

$$F := \neg b \vee \Big((\neg a \vee \neg c \vee d) \wedge (\neg d \vee (a \wedge \neg c)) \Big)$$

äquivalent zu einer Horn-Formel ist.

Umwandlung in KNF ergibt:

$$
\begin{aligned}
F &= \neg b \vee ((\neg a \vee \neg c \vee d) \wedge (\neg d \vee (a \wedge \neg c))) \\
&\equiv (\neg a \vee \neg b \vee \neg c \vee d) \wedge (\neg b \vee \neg d \vee (a \wedge \neg c)) \\
&\equiv (\neg a \vee \neg b \vee \neg c \vee d) \wedge (a \vee \neg b \vee \neg d) \wedge (\neg b \vee \neg c \vee \neg d)
\end{aligned}
$$

In keiner Klausel kommt mehr als ein positives Literal vor. F ist damit äquivalent zu einer Horn-Formel.

.

Block G - Resolution (nicht Revolution)

A20 Zeigen Sie, dass die Formel

$$F := \neg b \vee \Big((\neg a \vee \neg c \vee d) \wedge (\neg d \vee (a \wedge \neg c)) \Big)$$

äquivalent zu einer Horn-Formel ist.

Umwandlung in KNF ergibt:

$$\begin{aligned} F &= \neg b \vee ((\neg a \vee \neg c \vee d) \wedge (\neg d \vee (a \wedge \neg c))) \\ &\equiv (\neg a \vee \neg b \vee \neg c \vee d) \wedge (\neg b \vee \neg d \vee (a \wedge \neg c)) \\ &\equiv (\neg a \vee \neg b \vee \neg c \vee d) \wedge (a \vee \neg b \vee \neg d) \wedge (\neg b \vee \neg c \vee \neg d) \end{aligned}$$

In keiner Klausel kommt mehr als ein positives Literal vor. F ist damit äquivalent zu einer Horn-Formel.

Tatsächlich gilt sogar $F \equiv (\neg a \vee \neg b \vee \neg c) \wedge (a \vee \neg b \vee \neg d)$.

Block G - Resolution (nicht Revolution)

A20 Zeigen Sie, dass die Formel

$$F := \neg b \vee \Big((\neg a \vee \neg c \vee d) \wedge \big(\neg d \vee (a \wedge \neg c)\big) \Big)$$

äquivalent zu einer Horn-Formel ist.

Umwandlung in KNF ergibt:
F=!b || ((!a || !c || d) && (!d || (a && !c))) == (!a || !b || !c || d) && (!b || !d || (a && !c))
== (!a || !b || !c || d) && (a || !b || !d) && (!b || !c || !d)
In keiner Klausel kommt mehr als ein positives Literal vor. F ist damit äquivalent zu einer Horn-Formel.
Tatsächlich gilt F == (!a || !b || !c) && (a || !b || !d).

A21 Nutzen Sie das Resolutionsverfahren, um zu zeigen, dass gilt:

$$\{(\neg a \vee b), (\neg a \vee d), (\neg b \vee \neg d \vee c), (\neg d \vee \neg c \vee \neg a)\} \models \neg a$$

Block G - Resolution (nicht Revolution)

A21 Nutzen Sie das Resolutionsverfahren, um zu zeigen, dass gilt:

$$\{(\neg a \vee b), (\neg a \vee d), (\neg b \vee \neg d \vee c), (\neg d \vee \neg c \vee \neg a)\} \models \neg a$$

(1) $\{\neg a, b\}$

(2) $\{\neg a, d\}$

(3) $\{\neg b, \neg d, c\}$

(4) $\{\neg d, \neg c, \neg a\}$

(5) $\{a\}$

Block G - Resolution (nicht Revolution)

A21 Nutzen Sie das Resolutionsverfahren, um zu zeigen, dass gilt:

$$\{(\neg a \vee b), (\neg a \vee d), (\neg b \vee \neg d \vee c), (\neg d \vee \neg c \vee \neg a)\} \models \neg a$$

(1)	$\{\neg a, b\}$	(2)	$\{\neg a, d\}$		
(3)	$\{\neg b, \neg d, c\}$	(4)	$\{\neg d, \neg c, \neg a\}$		
(5)	$\{a\}$	(6)	$\{b\}$	$(1) + (5)$	

Block G - Resolution (nicht Revolution)

A21 Nutzen Sie das Resolutionsverfahren, um zu zeigen, dass gilt:

$$\{(\neg a \vee b), (\neg a \vee d), (\neg b \vee \neg d \vee c), (\neg d \vee \neg c \vee \neg a)\} \models \neg a$$

(1)	$\{\neg a, b\}$		(2)	$\{\neg a, d\}$	
(3)	$\{\neg b, \neg d, c\}$		(4)	$\{\neg d, \neg c, \neg a\}$	
(5)	$\{a\}$		(6)	$\{b\}$	$(1) + (5)$
(7)	$\{d\}$	$(2) + (5)$			

Block G - Resolution (nicht Revolution)

A21 Nutzen Sie das Resolutionsverfahren, um zu zeigen, dass gilt:

$$\{(\neg a \vee b), (\neg a \vee d), (\neg b \vee \neg d \vee c), (\neg d \vee \neg c \vee \neg a)\} \models \neg a$$

(1)	$\{\neg a, b\}$		(2)	$\{\neg a, d\}$	
(3)	$\{\neg b, \neg d, c\}$		(4)	$\{\neg d, \neg c, \neg a\}$	
(5)	$\{a\}$		(6)	$\{b\}$	$(1) + (5)$
(7)	$\{d\}$	$(2) + (5)$	(8)	$\{\neg d, c\}$	$(3) + (6)$

Block G - Resolution (nicht Revolution)

A21 Nutzen Sie das Resolutionsverfahren, um zu zeigen, dass gilt:

$$\{(\neg a \vee b), (\neg a \vee d), (\neg b \vee \neg d \vee c), (\neg d \vee \neg c \vee \neg a)\} \models \neg a$$

(1)	$\{\neg a, b\}$		(2)	$\{\neg a, d\}$	
(3)	$\{\neg b, \neg d, c\}$		(4)	$\{\neg d, \neg c, \neg a\}$	
(5)	$\{a\}$		(6)	$\{b\}$	(1) + (5)
(7)	$\{d\}$	(2) + (5)	(8)	$\{\neg d, c\}$	(3) + (6)
(9)	$\{c\}$	(7) + (8)			

Block G - Resolution (nicht Revolution)

A21 Nutzen Sie das Resolutionsverfahren, um zu zeigen, dass gilt:

$$\{(\neg a \vee b), (\neg a \vee d), (\neg b \vee \neg d \vee c), (\neg d \vee \neg c \vee \neg a)\} \models \neg a$$

(1)	$\{\neg a, b\}$		(2)	$\{\neg a, d\}$	
(3)	$\{\neg b, \neg d, c\}$		(4)	$\{\neg d, \neg c, \neg a\}$	
(5)	$\{a\}$		(6)	$\{b\}$	$(1) + (5)$
(7)	$\{d\}$	$(2) + (5)$	(8)	$\{\neg d, c\}$	$(3) + (6)$
(9)	$\{c\}$	$(7) + (8)$	(10)	$\{\neg c, \neg a\}$	$(4) + (7)$

Block G - Resolution (nicht Revolution)

A21 Nutzen Sie das Resolutionsverfahren, um zu zeigen, dass gilt:

$$\{(\neg a \vee b), (\neg a \vee d), (\neg b \vee \neg d \vee c), (\neg d \vee \neg c \vee \neg a)\} \models \neg a$$

(1)	$\{\neg a, b\}$		(2)	$\{\neg a, d\}$	
(3)	$\{\neg b, \neg d, c\}$		(4)	$\{\neg d, \neg c, \neg a\}$	
(5)	$\{a\}$		(6)	$\{b\}$	(1) + (5)
(7)	$\{d\}$	(2) + (5)	(8)	$\{\neg d, c\}$	(3) + (6)
(9)	$\{c\}$	(7) + (8)	(10)	$\{\neg c, \neg a\}$	(4) + (7)
(11)	$\{\neg a\}$	(9) + (10)			

Block G - Resolution (nicht Revolution)

A21 Nutzen Sie das Resolutionsverfahren, um zu zeigen, dass gilt:

$$\{(\neg a \vee b), (\neg a \vee d), (\neg b \vee \neg d \vee c), (\neg d \vee \neg c \vee \neg a)\} \models \neg a$$

(1)	$\{\neg a, b\}$		(2)	$\{\neg a, d\}$	
(3)	$\{\neg b, \neg d, c\}$		(4)	$\{\neg d, \neg c, \neg a\}$	
(5)	$\{a\}$		(6)	$\{b\}$	(1) + (5)
(7)	$\{d\}$	(2) + (5)	(8)	$\{\neg d, c\}$	(3) + (6)
(9)	$\{c\}$	(7) + (8)	(10)	$\{\neg c, \neg a\}$	(4) + (7)
(11)	$\{\neg a\}$	(9) + (10)	(12)	$\varnothing$	(5) + (11)

Block G - Resolution (nicht Revolution)

A21 Nutzen Sie das Resolutionsverfahren, um zu zeigen, dass gilt:

$$\{(\neg a \vee b), (\neg a \vee d), (\neg b \vee \neg d \vee c), (\neg d \vee \neg c \vee \neg a)\} \models \neg a$$

(1)	$\{\neg a, b\}$		(2)	$\{\neg a, d\}$	
(3)	$\{\neg b, \neg d, c\}$		(4)	$\{\neg d, \neg c, \neg a\}$	
(5)	$\{a\}$		(6)	$\{b\}$	(1) + (5)
(7)	$\{d\}$	(2) + (5)	(8)	$\{\neg d, c\}$	(3) + (6)
(9)	$\{c\}$	(7) + (8)	(10)	$\{\neg c, \neg a\}$	(4) + (7)
(11)	$\{\neg a\}$	(9) + (10)	(12)	$\varnothing$	(5) + (11)

$\{(\neg a \vee b), (\neg a \vee d), (\neg b \vee \neg d \vee c), (\neg d \vee \neg c \vee \neg a), (\neg\neg a)\}$ ist unerfüllbar.

Block G - Resolution (nicht Revolution)

A21 Nutzen Sie das Resolutionsverfahren, um zu zeigen, dass gilt:

$$\{(\neg a \vee b), (\neg a \vee d), (\neg b \vee \neg d \vee c), (\neg d \vee \neg c \vee \neg a)\} \models \neg a$$

(1)	$\{\neg a, b\}$		(2)	$\{\neg a, d\}$	
(3)	$\{\neg b, \neg d, c\}$		(4)	$\{\neg d, \neg c, \neg a\}$	
(5)	$\{a\}$		(6)	$\{b\}$	$(1) + (5)$
(7)	$\{d\}$	$(2) + (5)$	(8)	$\{\neg d, c\}$	$(3) + (6)$
(9)	$\{c\}$	$(7) + (8)$	(10)	$\{\neg c, \neg a\}$	$(4) + (7)$
(11)	$\{\neg a\}$	$(9) + (10)$	(12)	$\varnothing$	$(5) + (11)$

$\{(\neg a \vee b), (\neg a \vee d), (\neg b \vee \neg d \vee c), (\neg d \vee \neg c \vee \neg a), (\neg\neg a)\}$ ist unerfüllbar. Also gilt $\neg a$ in allen Modellen von $\{(\neg a \vee b), (\neg a \vee d), (\neg b \vee \neg d \vee c), (\neg d \vee \neg c \vee \neg a)\}$.

Block G - Resolution (nicht Revolution)

A21 Nutzen Sie das Resolutionsverfahren, um zu zeigen, dass gilt:

$$\{(\neg a \vee b), (\neg a \vee d), (\neg b \vee \neg d \vee c), (\neg d \vee \neg c \vee \neg a)\} \models \neg a$$

(1)	$\{\neg a, b\}$		(2)	$\{\neg a, d\}$	
(3)	$\{\neg b, \neg d, c\}$		(4)	$\{\neg d, \neg c, \neg a\}$	
(5)	$\{a\}$		(6)	$\{b\}$	$(1) + (5)$
(7)	$\{d\}$	$(2) + (5)$	(8)	$\{\neg d, c\}$	$(3) + (6)$
(9)	$\{c\}$	$(7) + (8)$	(10)	$\{\neg c, \neg a\}$	$(4) + (7)$
(11)	$\{\neg a\}$	$(9) + (10)$	(12)	$\varnothing$	$(5) + (11)$

$\{(\neg a \vee b), (\neg a \vee d), (\neg b \vee \neg d \vee c), (\neg d \vee \neg c \vee \neg a), (\neg\neg a)\}$ ist unerfüllbar. Also gilt $\neg a$ in allen Modellen von $\{(\neg a \vee b), (\neg a \vee d), (\neg b \vee \neg d \vee c), (\neg d \vee \neg c \vee \neg a)\}$. Damit gilt die Behauptung.

Block G - Resolution (nicht Revolution)

A21 Nutzen Sie das Resolutionsverfahren, um zu zeigen, dass gilt:

$$\{(\neg a \vee b), (\neg a \vee d), (\neg b \vee \neg d \vee c), (\neg d \vee \neg c \vee \neg a)\} \models \neg a$$

1 !a,b, 2 !a,d, 3 !b,!d,c, 4 !d,!c,!a 5 a,
6 b 1+5,
7 d 2+5,
8 !d,c 3+6
9 c 7+8,
10 !c,!a 4+7,
11 !a 9+10,
12 5+11
{ (!a || b), (!a || d), (!b || !d || c), (!d || !c || !a), (!!a)} ist unerfüllbar.
Also gilt !a in allen Modellen von { (!a || b), (!a || d), (!b || !d || c), (!d || !c || !a), (!!a)}. Damit gilt die Behauptung.

Block G - Resolution (nicht Revolution)

A22 Begründen Sie, warum die Hyperresolution für Horn-Formeln immer in polynomieller Zeit terminiert.

Block G - Resolution (nicht Revolution)

A22 Begründen Sie, warum die Hyperresolution für Horn-Formeln immer in polynomieller Zeit terminiert.

Jede Resolvente ist von der Form $\top \to p$ für ein Atom p.

Block G - Resolution (nicht Revolution)

A22 Begründen Sie, warum die Hyperresolution für Horn-Formeln immer in polynomieller Zeit terminiert.

Jede Resolvente ist von der Form $\top \rightarrow p$ für ein Atom p.

Für eine feste Formel φ gibt es nur linear viele Atome p, die in φ vorkommen.

Block G - Resolution (nicht Revolution)

A22 Begründen Sie, warum die Hyperresolution für Horn-Formeln immer in polynomieller Zeit terminiert.

Jede Resolvente ist von der Form $\top \to p$ für ein Atom p.

Für eine feste Formel φ gibt es nur linear viele Atome p, die in φ vorkommen.

Es gibt also nur linear viele solcher Resolventen.

Block G - Resolution (nicht Revolution)

A22 Begründen Sie, warum die Hyperresolution für Horn-Formeln immer in polynomieller Zeit terminiert.

Jede Resolvente ist von der Form $\top \to p$ für ein Atom p.

Für eine feste Formel φ gibt es nur linear viele Atome p, die in φ vorkommen.

Es gibt also nur linear viele solcher Resolventen.

Ein Hyperresolutionsschritt ist in polynomieller Zeit möglich.

Block G - Resolution (nicht Revolution)

A22 Begründen Sie, warum die Hyperresolution für Horn-Formeln immer in polynomieller Zeit terminiert.

Jede Resolvente ist von der Form $\top \to p$ für ein Atom p.

Für eine feste Formel φ gibt es nur linear viele Atome p, die in φ vorkommen.

Es gibt also nur linear viele solcher Resolventen.

Ein Hyperresolutionsschritt ist in polynomieller Zeit möglich.

Die Hyperresolution terminiert in polynomieller Zeit.

Block G - Resolution (nicht Revolution)

A22 Begründen Sie, warum die Hyperresolution für Horn-Formeln immer in polynomieller Zeit terminiert.

Jede Resolvente ist von der Form true -> p für ein Atom p.
Für eine feste Formel phi gibt es nur linear viele Atome p, die in pji vorkommen.
Es gibt also nur linear viele solcher Resolventen.
Ein Hyperresolutionsschritt ist in polynomieller Zeit möglich.
Die Hyperresolution terminiert in polynomieller Zeit.

Block H - Stimmt das eigentlich? Warum (nicht)?

Welche der folgenden Aussagen sind jeweils wahr oder nicht wahr? Begründen Sie kurz Ihre Antworten – dabei dürfen Sie den gesamten Stoff und alle Resultate der Vorlesung und Übung verwenden.

A23 Sei α ein regulärer Ausdruck, der den Kleene-Stern-Operator nicht verwendet. Dann beschreibt α eine endliche Sprache.

A24 Jede Teilmenge einer nicht-regulären Sprache L ist nicht-regulär.

A25 Es gilt $\varnothing^* = \{\varepsilon\}$.

A26 Einband-Turingmaschinen sind weniger ausdrucksstark als Mehrband-Turingmaschinen.

$\vdots$

Block H - Stimmt das eigentlich? Warum (nicht)?

Welche der folgenden Aussagen sind jeweils wahr oder nicht wahr? Begründen Sie kurz Ihre Antworten – dabei dürfen Sie den gesamten Stoff und alle Resultate der Vorlesung und Übung verwenden.

A23 Sei α ein regulärer Ausdruck, der den Kleene-Stern-Operator nicht verwendet. Dann beschreibt α eine endliche Sprache.

Antwortvorschlag: ja. $L(\emptyset)$, $L(\varepsilon)$, und $L(a)$ (für $a \in \Sigma$) sind endlich; ebenso sind Konkatenation und Vereinigung von endlichen Mengen wieder endlich.

Block H - Stimmt das eigentlich? Warum (nicht)?

Welche der folgenden Aussagen sind jeweils wahr oder nicht wahr? Begründen Sie kurz Ihre Antworten – dabei dürfen Sie den gesamten Stoff und alle Resultate der Vorlesung und Übung verwenden.

A24 Jede Teilmenge einer nicht-regulären Sprache L ist nicht-regulär.

Block H - Stimmt das eigentlich? Warum (nicht)?

Welche der folgenden Aussagen sind jeweils wahr oder nicht wahr? Begründen Sie kurz Ihre Antworten – dabei dürfen Sie den gesamten Stoff und alle Resultate der Vorlesung und Übung verwenden.

A24 Jede Teilmenge einer nicht-regulären Sprache L ist nicht-regulär.

Antwortvorschlag: nein. Es gilt stets $\varnothing \subseteq L$, aber $\varnothing$ ist regulär (tatsächlich ist jede endliche Teilmenge $F \subseteq L$ regulär).

nein. Es gilt stets 0 Teilmenge L, aber 0 ist regulär (tatsächlich ist jede endliche Teilmenge F von L regulär)

Block H - Stimmt das eigentlich? Warum (nicht)?

Welche der folgenden Aussagen sind jeweils wahr oder nicht wahr? Begründen Sie kurz Ihre Antworten – dabei dürfen Sie den gesamten Stoff und alle Resultate der Vorlesung und Übung verwenden.

A25 Es gilt $\varnothing^* = \{\varepsilon\}$.

Block H - Stimmt das eigentlich? Warum (nicht)?

Welche der folgenden Aussagen sind jeweils wahr oder nicht wahr? Begründen Sie kurz Ihre Antworten – dabei dürfen Sie den gesamten Stoff und alle Resultate der Vorlesung und Übung verwenden.

A25 Es gilt $\varnothing^* = \{\varepsilon\}$.

Antwortvorschlag: ja. Auch für $L = \varnothing$ ist $L^0 = \{\varepsilon\}$ und $L^* = \bigcup_{i \geqslant 0} L^i = \{\varepsilon\}$.

ja. Auch für L=0 ist L^0={eps} und L^* ist die Vereinigung über alle i von L^i= {eps}.

Block H - Stimmt das eigentlich? Warum (nicht)?

Welche der folgenden Aussagen sind jeweils wahr oder nicht wahr? Begründen Sie kurz Ihre Antworten – dabei dürfen Sie den gesamten Stoff und alle Resultate der Vorlesung und Übung verwenden.

A26 Einband-Turingmaschinen sind weniger ausdrucksstark als Mehrband-Turingmaschinen.

Block H - Stimmt das eigentlich? Warum (nicht)?

Welche der folgenden Aussagen sind jeweils wahr oder nicht wahr? Begründen Sie kurz Ihre Antworten – dabei dürfen Sie den gesamten Stoff und alle Resultate der Vorlesung und Übung verwenden.

A26 Einband-Turingmaschinen sind weniger ausdrucksstark als Mehrband-Turingmaschinen.

Antwortvorschlag: nein. Einband-Turingmaschinen können Mehrband-Turingmaschinen simulieren.

Block H - Stimmt das eigentlich? Warum (nicht)?

Welche der folgenden Aussagen sind jeweils wahr oder nicht wahr? Begründen Sie kurz Ihre Antworten – dabei dürfen Sie den gesamten Stoff und alle Resultate der Vorlesung und Übung verwenden.

A27 Sei E eine Eigenschaft von Sprachen, die für manche Turing-erkennbare Sprachen gilt und für manche Turing-erkennbare Sprachen nicht gilt. Dann ist das folgende Problem unentscheidbar:

Eingabe: Turingmaschine $\mathcal{M}$ Ausgabe: Hat $L(\mathcal{M})$ die Eigenschaft E?

Block H - Stimmt das eigentlich? Warum (nicht)?

Welche der folgenden Aussagen sind jeweils wahr oder nicht wahr? Begründen Sie kurz Ihre Antworten – dabei dürfen Sie den gesamten Stoff und alle Resultate der Vorlesung und Übung verwenden.

A27 Sei E eine Eigenschaft von Sprachen, die für manche Turing-erkennbare Sprachen gilt und für manche Turing-erkennbare Sprachen nicht gilt. Dann ist das folgende Problem unentscheidbar:

Eingabe: Turingmaschine $\mathcal{M}$ Ausgabe: Hat $L(\mathcal{M})$ die Eigenschaft E?

Antwortvorschlag: ja. (Satz von Rice)

Block H - Stimmt das eigentlich? Warum (nicht)?

Welche der folgenden Aussagen sind jeweils wahr oder nicht wahr? Begründen Sie kurz Ihre Antworten – dabei dürfen Sie den gesamten Stoff und alle Resultate der Vorlesung und Übung verwenden.

A28 Zwei gegebene aussagenlogische Klauseln haben genau eine Resolvente.

Block H - Stimmt das eigentlich? Warum (nicht)?

Welche der folgenden Aussagen sind jeweils wahr oder nicht wahr? Begründen Sie kurz Ihre Antworten – dabei dürfen Sie den gesamten Stoff und alle Resultate der Vorlesung und Übung verwenden.

A28 Zwei gegebene aussagenlogische Klauseln haben genau eine Resolvente.

Antwortvorschlag: nein. Für die beiden Klauseln $\{a, b\}$ und $\{\neg a, \neg b\}$ sind sowohl $\{b, \neg b\}$ (Resolvente bezüglich a) als auch $\{a, \neg a\}$ (Resolvente bezüglich b) Resolventen.

> nein. Für die beiden Klauseln {a, b } und { !a, !b } sind sowohl { b, !b} (Resolvente bezüglich a) als auch { a, !a } (Resolvente bezüglich b) Resolventen.

Block H - Stimmt das eigentlich? Warum (nicht)?

Welche der folgenden Aussagen sind jeweils wahr oder nicht wahr? Begründen Sie kurz Ihre Antworten – dabei dürfen Sie den gesamten Stoff und alle Resultate der Vorlesung und Übung verwenden.

A29 Es gibt eine aussagenlogische Formel F, die sowohl in KNF wie auch in DNF ist.

Block H - Stimmt das eigentlich? Warum (nicht)?

Welche der folgenden Aussagen sind jeweils wahr oder nicht wahr? Begründen Sie kurz Ihre Antworten – dabei dürfen Sie den gesamten Stoff und alle Resultate der Vorlesung und Übung verwenden.

A29 Es gibt eine aussagenlogische Formel F, die sowohl in KNF wie auch in DNF ist.

Antwortvorschlag: ja. Bspw. $a, \neg b, \ldots$

ja. Bspw. a, !b, ...