Formale Systeme
1. Repetitorium

Wintersemester 2017/18

Blatt 1

S1) Es sei $\Sigma_1 = \{a, b, c\}$ und $\Sigma_2 = \{0, 1\}$. Beschreiben Sie folgende Mengen verbal oder durch Aufzählung:

$$\Sigma_1{}^*,\ \ \Sigma_1{}^+,\ \ \Sigma_1{}^2,\ \ \Sigma_1 \circ (\Sigma_1 \cup \Sigma_2)^*,\ \ \mathcal{P}(\Sigma_1),\ \ \mathcal{P}(\Sigma_1{}^*)$$

S2) Beschreiben Sie folgende Mengen, die über die Operationen Vereinigung, Konkatenation und Kleene-Stern gebildet werden, verbal oder durch Aufzählung:

$$\{a\} \cup \{b\} \cup \{c\},\ \ \{a\} \circ \{b\} \circ \{c\},\ \ \{a\} \cup \{b\} \circ \{a\} \cup \{b\},\ \ \{a\}^*,\ \ (\{a\} \cup \{b\} \cup \{c\})^*,$$
$$(\{a\} \circ \{b\} \circ \{c\})^*,\ \ \{a\} \cup \{a\}^* \circ \{b\},\ \ (\{0\} \cup \{1\})^*,\ \ (\{1\} \cup \{1\} \circ \{0\})^*,$$
$$(\{0\} \cup \{1\})^* \circ \{0\} \circ \{0\} \circ (\{0\} \cup \{1\})^*$$

Blatt 2

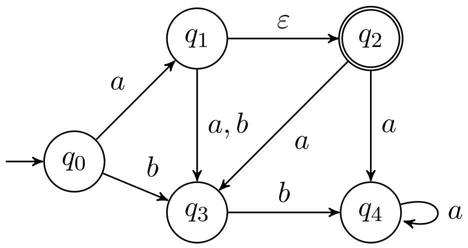
S3) Wiederholen Sie die Begriffe: Alphabet, Wort, formale Sprache, Grammatik, Typ einer Grammatik, Typ einer Sprache, deterministischer endlicher Automat, nichtdeterministischer endlicher Automat und reguläre Sprache.

S4) Zeigen oder widerlegen Sie folgende Identität

$$(L_1{}^* \circ L_2{}^*)^* = (L_1 \cup L_2)^*\,.$$

Blatt 3

S5) Es sei der ε-NFA $\mathcal{M} = (\{q_0, \ldots, q_4\}, \{a, b\}, \delta, \{q_0\}, \{q_2\})$ gegeben mit δ wie unten graphisch dargestellt:



Konstruieren Sie einen zu $\mathcal{M}$ äquivalenten DFA $\mathcal{M}'$.

S6) Es sei $\Sigma = \{a, b, c\}$. Geben Sie NFAs $\mathcal{M}_1$, $\mathcal{M}_2$ an mit

(a) $L(\mathcal{M}_1) = \{w \in \Sigma^* \mid (|w|_a \text{ ist ungerade und } |w|_b \text{ ist gerade}) \text{ oder}$
$\text{(es gibt } u, v \in \Sigma^* \text{ mit } w = ucccv)\}$

(b) $L(\mathcal{M}_2) = \{w \in \Sigma^* \mid (\text{es gibt } u, v \in \Sigma^* \text{ mit } w = ubabcv) \text{ und}$
$(\text{es gibt } u, v \in \Sigma^* \text{ mit } w = ucccv) \text{ und}$
$(\text{es gibt kein } u \in \Sigma^* \text{ mit } w = au)\}$

Blatt 4

S7) Gegeben ist die kontextfreie Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ mit $V = \{S, X, Y, T\}$, $\Sigma = \{a, b\}$ und $P = \{S \to X, S \to Y, X \to Tb, Y \to aT, X \to Xb, Y \to aY, T \to \varepsilon, T \to aTb\}$. Geben Sie eine Grammatik G' an mit $L(G') = \{w \in \{a, b\}^* \mid w^R \in L(G)\}$, wobei w^R das gespiegelte Wort zu w ist.

S8) Gegeben ist die Grammatik G aus der Aufgabe S7). Ist G eine ε-freie Grammatik? Wenn nicht, transformieren Sie G in eine ε-freie Grammatik G'. Begründen Sie Ihre Vorgehensweise.

Blatt 5

S9) Gegeben sind die folgenden Grammatiken G_i mit $1 \le i \le 4$:

$$G_1 = (\{S\}, \{a, b\}, \{S \to aS, S \to Sb, S \to a\}, S)$$

$$G_2 = (\{S\}, \{a, b\}, \{S \to aS, S \to SbS, S \to a\}, S)$$

$$G_3 = (\{S, B\}, \{a, b\}, \{S \to \varepsilon, S \to aSb, aS \to aB, B \to bB, B \to b\}, S)$$

$$G_4 = (\{S, A\}, \{a, b\}, \{S \to a, A \to b\}, S)$$

Geben Sie für jede Grammatik G_i den maximalen Chomsky-Typ j an. Begründen Sie Ihre Antwort.

S10) Welche der folgenden Aussagen sind wahr? Begründen Sie Ihre Antwort.

a) Für den regulären Ausdruck $\alpha = (b(ab \mid b)^*)^*(a \mid b)^* a$ gilt: $aba \in L(\alpha)$.

b) Für die Grammatik $G = (\{S, X, Y, Z\}, \{a, b\}, \{S \to Y,\ X \to b,\ Y \to aYYb, aY \to aZ,\ ZY \to ZX,\ Z \to a\}, S)$ gilt: $aabb \in L(G)$.

Blatt 6

S11) Sei $\Sigma_1 = \{a, b\}$ und $\Sigma_2 = \{a, b, c\}$. Geben Sie für jede der folgenden Sprachen L_i einen regulären Ausdruck α_i mit $L_i = L(\alpha_i)$ an. Begründen Sie die von Ihnen gewählten regulären Ausdrücke α_i.

(a) $L_1 = \{w \in \Sigma_1^* \mid w \text{ beginnt mit } a \text{ und } |w|_b \text{ ist gerade}\}$

(b) $L_2 = \{w \in \Sigma_2^* \mid w \text{ beginnt mit } a \text{ und } |w|_b \text{ ist gerade}\}$

(c) $L_3 = \{w \in \Sigma_1^* \mid \text{es gibt kein } u, v \in \Sigma_1^* \text{ mit } w = uaav\}$

(d) $L_4 = \{w \in \Sigma_2^* \mid \text{es gibt kein } u, v \in \Sigma_2^* \text{ mit } w = uaav\}$

S12) Wiederholen Sie die Begriffe Potenzmengenkonstruktion, erreichbarer Zustand, äquivalente Zustände, Quotientenautomat, reduzierter Automat und *Nerode*-Rechtskongruenz.