



## Formale Systeme

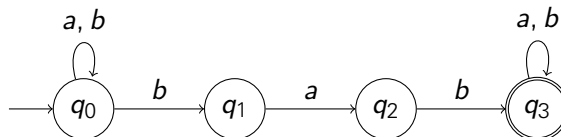
### 10. Übungsblatt

Wintersemester 2016/17

#### Hinweis

Die Aufgaben \*) und \*\*) dienen der Selbstkontrolle und werden in der Übung nicht besprochen.

- \*) Gegeben ist der folgende NFA  $\mathcal{M}_1 = (\{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{a, b\}, \delta, \{q_0\}, \{q_3\})$  mit  $\delta$ :



- a) Berechnen Sie mithilfe des *Arden-Lemmas* einen regulären Ausdruck  $\alpha$  mit  $L(\mathcal{M}_1) = L(\alpha)$ .
- b) Geben Sie einen DFA  $\overline{\mathcal{M}_2}$  an, der das Komplement von  $L$  akzeptiert, indem Sie aus  $\mathcal{M}_1$  einen DFA  $\mathcal{M}_2$  für  $L$  und aus  $\mathcal{M}_2$  anschließend den Komplementautomaten  $\overline{\mathcal{M}_2}$  bilden.
- \*\*) a) Gegeben sind die folgenden Grammatiken  $G_i$  mit  $1 \leq i \leq 4$ :
- $G_1 = (\{S\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow aS, S \rightarrow Sb, S \rightarrow a\}, S)$
  - $G_2 = (\{S\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow aS, S \rightarrow SbS, S \rightarrow a\}, S)$
  - $G_3 = (\{S, B\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow \varepsilon, S \rightarrow aSb, aS \rightarrow aB, B \rightarrow bB, B \rightarrow b\}, S)$
  - $G_4 = (\{S, A\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow a, A \rightarrow b\}, S)$
- Geben Sie für jede Grammatik  $G_i$  den maximalen Chomsky-Typ  $j$  an. Begründen Sie Ihre Antwort.
- b) Gegeben sind die folgenden Sprachen  $L_i$  mit  $1 \leq i \leq 4$ :
- $L_1 = \{a^n b^n a^n \mid n \in \mathbb{N}, n \geq 1\}$
  - $L_2 = \{\varepsilon, a\}$
  - $L_3 = \{a^n b^m \mid n, m \in \mathbb{N} \setminus \{0\}, n > m\}$
  - $L_4 = L(\{a\} \cdot \{a\}^* \cdot \{b\} \cdot \{b\}^*) \setminus L_3$
- Geben Sie für jede Sprache  $L_i$  den maximalen Chomsky-Typ  $j$  an. Begründen Sie Ihre Antwort. Die Darlegung der Beweisidee ist ausreichend.

#### Anmerkung

Mit der 10. Übung ist in den verschiedenen Übungsgruppen abzusichern, dass alle bisher aus Zeitgründen noch nicht besprochenen Aufgaben der Übungsblätter 1 bis 9 abgearbeitet sind.

### Aufgabe 1

Gegeben sei die Sprache  $L = \{w \in \Sigma^* \mid |w|_a + |w|_b = |w|_c\}$  über dem Alphabet  $\Sigma = \{a, b, c\}$ , wobei  $|w|_a$  der Anzahl der Vorkommen von  $a$  in  $w$  entspricht.

- a) Entwerfen Sie einen Kellerautomaten  $\mathcal{M}$  mit  $L(\mathcal{M}) = L$ , der mittels Finalzustand akzeptiert.
- b) Welcher andere Akzeptanzbegriff für Kellerautomaten ist laut Anmerkung in der Vorlesung auch möglich?
- c) Wann ist eine Sprache deterministisch kontextfrei? Ist  $L$  deterministisch kontextfrei?

### Aufgabe 2

Welche der folgenden Aussagen sind wahr und welche nicht? Begründen Sie Ihre Antworten – dabei dürfen Sie den gesamten Stoff und alle Resultate der Vorlesung und Übung verwenden.

- a) Es gibt eine Sprache, die von einem nichtdeterministischen Kellerautomaten erkannt wird, nicht aber von einem deterministischen Kellerautomaten.
- b) Mithilfe des Pumping-Lemmas für kontextfreie Sprachen kann bewiesen werden, dass eine Sprache  $L$  kontextfrei ist.
- c) Für eine beliebige Sprache  $L$  gilt:  $L$  ist regulär, wenn es eine natürliche Zahl  $n_0 \geq 1$  gibt, so dass sich jedes Wort  $w \in L$  mit  $|w| \geq n_0$  zerlegen lässt in  $w = xyz$  mit  $y \neq \varepsilon, xy^kz \in L$  für alle  $k \geq 0$ .